

4. CÂMPUL ELECTROKINETIC

În conformitate cu accepțiunile admise pentru noțiunea de câmp (v. § 1.1.2), prin **câmp electrokinetic** vom înțelege acel **domeniu cu medii conductoare în care se produc așa-numitele fenomene electrocinetice** (v. § 1.2.1) și care –în principal– se manifestă prin efectele: termice, mecanice, electrice, magnetice, luminoase, fiziologice și chimice (v. § 1.2.1, punctual “efecte electrocinetice”).

În altă accepțiune pe care o are noțiunea de câmp, prin **câmp electrokinetic** se poate desemna și **mulțimea punctelor P în care există** vectorul de stare electrokinetică locală a corpurilor denumit **densitatea curentului electric de conducție**, sau –mai scurt– densitatea de curent \bar{J} (v. §1.2.1, subparagraful “Densitatea curentului electric de conducție”), adică $\Omega = \{P | \bar{J}(P)\}$ și $\Sigma = \{P | J_t(P)\}$ unde $\Sigma = \text{Fr } \Omega$ și J_t este componenta tangențială la Σ , în $\forall P \in \Sigma$, a densității de curent \bar{J} .

În general, despre orice corp care manifestă efectele enumerate mai înainte (în special cel termic) și pentru care mărimile de stare electrică (și mai ales sarcina electrică q , densitatea de volum a sarcinii electrice q_v și/sau densitatea de suprafață a sarcinii electrice $q_\Sigma \equiv q_A$) variază în timp –adică $dq/dt \neq 0$, $dq_v/dt \neq 0$ și $dq_\Sigma/dt \neq 0$ – se spune că se află în **stare electrokinetică** sau este în **regim electrokinetic**. Așa cum se va arăta, conductorii pot fi în regim electrokinetic chiar dacă $dq/dt = 0$ și $dq_v/dt = 0$ **cu condiția ca în ei să se dezvolte căldură**.

În cadrul acestui capitol vor fi prezentate elementele de bază ale sistemelor electromagnetice sub aspectul lor electrokinetic și anume: regimuri electrocinetice, modelele specifice regimului electrokinetic, teoremele fundamentale, intensitatea și densitatea curenților electrice (ca mărimi de stare electrokinetică a corpurilor, inclusive în vid), câmpul electric imprimat, materiale conductoare (inclusive electroliții), modelul variațional al regimului electrokinetic și câteva aplicații legate de cazuri concrete mai des întâlnite în practică. Așa cum se va preciza de fiecare dată, se va avea în vedere mai mult regimul electrokinetic staționar, urmând ca regimul electrokinetic nestaționar și cazul său particular alternativ – sinusoidal să fie dezvoltat în capitolul 8 și subcapitolele 7.2 și 7.3.

4.1. Regimuri electrocinetice

Așa cum s-a definit în paragraful 1.2.1, mărimea specifică de stare electrokinetică a corpurilor conductoare este –global (la nivelul întregului corp– *intensitatea curentului electric de conducție* i care reprezintă și fluxul vectorului \bar{J} printr-o suprafață:

$$i_\Sigma = \int_\Sigma \bar{J} \cdot d\bar{A} \quad \Leftarrow \forall \Sigma \subset \Omega,$$

\bar{J} fiind densitatea (de suprafață a intensității) curentului electric de conducție (sau *densitatea de curent*, în A/m²).

Conform legii conducției electrice (1.96) –v. § 1.3.10– intensitatea curentului electric de conducție, i , prin orice suprafață transversală a unui conductor în stare electrokinetică corespunde relației:

$$u_f + e = Ri \quad \text{și explicit} \quad i = G(u_f + e) - \text{global},$$

unde u_f este tensiunea electrică în lungul firului, de-a lungul oricărei curbe deschise Γ din conductor, e este t.e. m. pe Γ (v. § 1.2.2), R – rezistența conductorului și $G=1/R$ conductanța lui, iar densitatea sa de current, $\bar{J}(P)$, în orice punct P din câmpul electrocinetic Ω_c al conductorului este dat de forma locală (1.95) a acestei legi :

$$\bar{J}(P) = \gamma \bar{E}(P) \text{ sau } \bar{E}(P) = \rho \bar{J}(P) - \text{local, în } \forall P \in \Omega_c ,$$

în care γ și ρ sunt conductivitatea și –respectiv– rezistivitatea materialului în punctul P din conductor ($\rho=1/\gamma$).

În funcție de felul de variație în timp a mărimilor de stare \bar{E} , u_f și e , știind că –în permanență– ele sunt însoțite de efecte termice (degajare de căldură în conductori), regimul electrocinetic poate fi:

- *staționar*, atunci când $\{u_f \cap e\} = \text{const.}$ ceea ce implică $i = \text{const.} = I$ și $E = \text{const.} \Rightarrow \Rightarrow J = \text{const.}$ numit și regim electrocinetic *de curent continuu*;

- *nestaționar* când $u_f = u_f(t)$ sau $e = e(t) \Rightarrow i = i(t)$ sau $\bar{E} = \bar{E}(t) \Rightarrow \bar{J} = \bar{J}(t)$. Dacă funcțiile $i(t)$ și $\bar{J}(t)$ nu pot fi precizate analitic, regimul electrocinetic se numește *nestaționar oarecare* (v. subcap. 8.4) În cazul particular când $i(t) = i(t+T)$, în care T este o perioadă de repetiție, regimul electrocinetic se numește periodic cu o frecvență de repetiție $f = 1/T$ și o valoare medie a

curentului $I_{med} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t+T) dt \neq 0$, iar dacă această valoare este nulă, $I_{med} = 0$, regimul

electrocinetic nestaționar se numește *alternativ* (v. § 8.5.1) cu cazul său particular de *regim sinusoidal* (v. subcap. 8.5).

4.1.1. Modelele electrocineticii

În modelele care descriu (sub formă matematică) fenomenele ce au loc într-un sistem electrocinetic intervin –în principal– următoarele mărimi:

- intensitatea locală a câmpului electric \bar{E} , cu componentele ei: câmpul coulombian \bar{E}_c , câmpul imprimat \bar{E}_i și câmpul solenoidal \bar{E}_s – v. § 1.2.2 și relația (1.28E); (Câmpul electric coulombian a fost prezentat în § 2.2.3, câmpul imprimat –ca mărime de material– va fi în amănunțime comentat în subcapitolul 4.3, iar asupra câmpului solenoidal –v. § 1.3.7– se va reveni mai încolo);

- *tensiunea electromotoare* (t.e.m) e , care a fost definite în § 1.2.2 cu *mărime de stare electrocinetică* globală a câmpului electromagnetic prin relațiile (1.45), (1.48) și (1.49), dar asupra ei se va reveni imediat;

- *curentul electric* (v. subcap. § 1.2.1 și 1.3.8), ca *mărime de stare electrocinetică a corpurilor*, global –prin *intensitatea curentului electric* i și local– prin vectorul de punct *densitatea curentului electric* \bar{J} (asupra cărora se va reveni pe larg în subcapitolul 4.2);

- *conductivitatea electrică* γ și *rezistivitatea electrică* ρ ($\rho = 1/\gamma$), prezentate în § 1.2.3, care descriu comportarea unui material în ceea ce privește starea lui electrocinetică (asupra lor se va reveni în subcapitolul 4.5).

Tensiunea electromotoare

Definirea și prezentarea tensiunii electromotoare e , din paragraful 1.2.3, s-a făcut în conformitate cu procedeele teoriei macroscopice clasice a câmpului electromagnetic, prin relațiile (1.45)...(1.49). Acum, pentru o mai profundă analiză a fenomenelor

electrocinetice, se va face și o caracterizare microscopică a acestor fenomene, mai ales că există tendința de a considera unele mărimi fizice specifice electrocineticii –cum ar fi sarcina electrică și curentul electric– ca entități materiale – corporale (asupra cărora se exercită forțe sau care se pot deplasa cu anumite viteze etc. !?).

Din punctul de vedere microscopic, condiția de echilibru electrostatic provine din compensarea statistică a mișcării particulelor microscopice libere, din conductori (electroni, ioni etc.). În cazul stărilor electrocinetice, această compensare nu se mai produce și astfel mișcările particulelor microscopice libere, încărcate electric, au o componentă ordonată ce reprezintă curentul electric de conducție. Această mișcare ordonată staționară a particulelor libere din conductori nu poate decurge indefinit (permanent) decât în cazul în care asupra particulelor elementare acționează forțe neelectrice medii diferite de zero, iar conductorul asigură “drumuri” închise. Într-adevăr, numai în acest caz nu apar fenomene nestaționare asociate aglomerării de particule și –ca urmare– de sarcini electrice în anumite puncte ale conductorului ca, de exemplu, la capetele lui (vom nota acest aliniat cu *Observația 4-1* pentru a-l identifica în scopul argumentării unor afirmații ce vor urma).

Dacă se notează cu q_m sarcina electrică ce încarcă o particulă microscopică (cuvânt de la care s-a preluat indicele m), forțele ce determină mișcarea ordonată indefinită a particulelor elementare (electroni, ioni etc.) –adică forțe ce produc și întrețin “curentul electric”– trebuie să fie (statistic) diferite de zero, adică:

$$\tilde{F}_{el} + \tilde{F}_{neel} = q_m \left(\bar{E} + \frac{\tilde{F}_{neel}}{q_m} \right) = q_m (\bar{E} + \bar{E}_i) \neq 0, \quad (4.1)$$

în care F este simbolul forței, indicii au semnificațiile: el și $neel$ –electrică și neelectrică, semnul \sim („tilda”) plasat deasupra lui F precizează că \tilde{F} este o valoare medie statistică a forței, \bar{E} este intensitatea câmpului electric coulombian (caracterizată de faptul că $\oint_{\Gamma} \bar{E} \cdot d\vec{l} = 0$ pe orice parcurs

închis Γ din conductor) și \bar{E}_i este intensitatea câmpului electric imprimat.

Această forță medie efectuează un lucru mecanic, corespunzător la scară microscopică unei dezvoltări reversibile de căldură (v. § 1.3.11). Dacă mișcarea particulelor are loc în lungul unei curbe închise Γ_c (prin conductor), forțele electrice și neelectrice medii trebuie să efectueze pentru fiecare particulă microscopică lucrul mecanic (diferit de zero):

$$L_m = \oint_{\Gamma_c} (F_{el} + \tilde{F}_{neel}) \cdot d\vec{l} = q_m \oint_{\Gamma_c} (\bar{E} + \bar{E}_i) \cdot d\vec{l} \neq 0, \quad (4.2)$$

care arată, prin integrala din membrul al doilea, că acest lucru mecanic este determinat în ultimă instanță (deoarece q_m este dat) de proprietățile câmpurilor de vectori \bar{E} și \bar{E}_i . Deoarece $L_m \neq 0$ atunci și $\oint_{\Gamma_c} (\bar{E} + \bar{E}_i) \cdot d\vec{l} \neq 0 \Leftarrow \forall \Gamma_c \in \Omega$, adică circulația vectorilor $\bar{E} + \bar{E}_i$ în lungul oricărui

circuit închis și neramificat prin conductor este întotdeauna diferită de zero. Dar și reciproc: pentru ca într-un astfel de circuit să se poată stabili un curent electric (ca mișcare ordonată permanentă a particulelor microscopice încărcate cu sarcini electrice q_m) este necesar ca această integrală să fie diferită de zero. Dacă valoarea ei este constantă, atunci regimul electrocinetic este constant (*staționar*), iar dacă variază în timp (cum se va vedea mai târziu că este posibil), regimul electrocinetic este *nestaționar*. Prin urmare, *circulația vectorilor $\bar{E} + \bar{E}_i$ intervine în mod determinant în caracterizarea cauzelor capabile să mențină un curent electric continuu într-un circuit electric închis* și –de aceea– a fost adoptată ca mărime (derivată) de stare a electrocineticii (global, relativ la un contur/circuit Γ_c închis) și i s-a dat numele de *tensiune electromotoare*.

Revenind asupra regimului electrocinetic nestaționar, care are loc atunci când forțele $(\vec{F}_{el} + \vec{F}_{neel}) = f(t) \neq 0$ și –ca urmare– lucrul mecanic dat de relația (4.2) este $L_m = f(t) \neq 0$, conform *observației 4-1* particule microscopice încărcate electric vor efectua o mișcare variabilă în timp, ceea ce înseamnă că această mișcare se poate caracteriza printr-un curent electric variabil în timp și efectuarea de lucru mecanic, deoarece $L_m(t) \neq 0$. În cazul particular în care forțele au o variație periodică (pulsatorie), atunci particulele vor avea o componentă a mișcării lor pulsatorii-periodice, regimul electrocinetic nestaționar fiind periodic, cu cazurile particulare alternativ (când componenta periodică a mișcării particulelor microscopice are o valoare medie, pe o perioadă, egală cu zero) sau, în continuare, cu regim electrocinetic nestaționar alternativ sinusoidal (dacă mișcarea periodică a particulelor libere din conductor poate fi reprezentată printr-o funcție sinusoidală). În toate aceste cazuri, $\oint_{\Gamma_c} (\vec{E} + \vec{E}_i) \cdot d\vec{l} \neq 0$, la care se mai poate adăuga încă o

componentă (cea a câmpului electric solenoidal \vec{E}_s sau de inducție, atunci când $\partial \vec{B} / \partial t \neq 0$ sau $d\phi/dt \neq 0$, așa cum se va arăta ceva mai încolo), va fi o funcție de timp, putându-se spune –la modul macroscopic (global)– că “regimul electrocinetic nestaționar este produs de tensiuni electromotoare variabile în timp”, $e = e(t)$, pe când cel staționar se datorește unei circulații $\oint_{\Gamma_c} (\vec{E} + \vec{E}_i) \cdot d\vec{l} = \text{const.}$ adică unei t. e. m. $e = \text{const.} = E$.

În general, se numește *tensiune electromotoare de contur*, sau prescurtat *t. e. m. de contur* (dar și mai simplu *tensiune electromotoare* sau *t.e.m.*) și se notează cu e (uneori și cu u_e) circulația vectorului sumă a intensității câmpului electric \vec{E} și intensitatea câmpului electric imprimat \vec{E}_i pe orice contur Γ_c din conductori:

$$(4.3) \quad e = \oint_{\Gamma_c}^D (\vec{E} + \vec{E}_i) \cdot d\vec{l} \Leftarrow \forall \Gamma_c \subset \Omega .$$

Din “incursiunea” în domeniul microscopic, făcută ceva mai înainte, rezultă că t. e. m. este numeric egală cu lucrul mecanic, raportat la unitatea de sarcină electrică, efectuat de forțele rezultante (electrice și neelectrice medii – statistic) care determină mișcarea particulelor libere din conductoare în lungul drumului închis, Γ_c , considerat prin conductor. Astfel, din relația (4.2), în care circulația câmpului electric se înlocuiește cu definiția ei (4.3), rezultă:

$$L_m = q_m e \rightarrow e = L_m / q_m ,$$

de unde denumirea de „electromotoare” dată lui e (în trecut, cam acum 60 de ani, denumită frecvent forță electromotoare). Dimensional, ultima dintre egalitățile precedente, indică:

$$[e] = [L] [Q]^{-1} = [F] [L] ([I] [t])^{-1} = [UIt] [It]^{-1} = [U],$$

denumirea de *tensiune electromotoare* fiind cea firească, din punctul de vedere fizic.

Studiul circuitelor electrice în regim electrocinetic nestaționar (v. subcap. 8.4) și de curent alternativ (v. subcap. 8.5), dovedește că în limitele stării cvasistaționare (în care variațiile de timp ale mărimilor de stare sunt suficient de lente pentru ca în lungul unui conductor filiform curentul de conducție să aibă aceeași intensitate, adică să nu existe “curent de scăpări” sau “de dispersie” prin dielectricul–izolant din jurul conductorilor) tensiune electromotoare e are aceeași importanță fizică cu cea arătată anterior pentru regimul staționar, referitoare la determinarea cauzelor ce pot menține un curent electric într-un circuit închis. De aceea, definiția (4.3) este valabilă pentru orice regim, staționar sau nestaționar.

Așa cum s-a arătat în § 2.3.1., în regimul *electrostatic*, condiția de echilibru electrostatic impune ca $\vec{E} + \vec{E}_i = 0$, cu $\vec{E} = -\vec{E}_i = \vec{E}_c$ intensitatea câmpului electrostatic, coulombian) și de aceea $\oint_{\Gamma_c} (\vec{E} + \vec{E}_i) \cdot d\vec{l} = 0$, pentru orice contur Γ_c (închis) ales numai prin interiorul conductorilor.

Deci în regim electrostatic $e=0$.

În regim electrocINETIC staționAR sarcinile electrice au o repartiție invariabilă în timp (deci $dq/dt=0$, $dq_v/dt=0$ și $dq_A/dt=0$ – Observația 4-2), iar componenta \bar{E} a intensității câmpului electric din definiția (4.3) este un câmp coulombian care respectă teorema potențialului electrostatic (v. § 2.2.3.), adică:

$$\bar{E} \equiv \bar{E}_c \Rightarrow \oint_{\Gamma_c} \bar{E} \cdot d\bar{l} = 0, \quad (4.4)$$

ceea ce înseamnă că în acest regim electrocINETIC staționAR (de curent continuu) tensiunea electromotoare este determinată numai de circulația câmpului electric imprimat \bar{E}_i . Într-adevăr, ținând seama de egalitatea (4.4), expresia de definiție (4.3) a t.e.m. devine:

$$e = \oint_{\Gamma_c} (\bar{E} + \bar{E}_i) \cdot d\bar{l} = \oint_{\Gamma_c} \bar{E} \cdot d\bar{l} + \oint_{\Gamma_c} \bar{E}_i \cdot d\bar{l} = 0$$

și deci, în curent continuu:

$$e = \oint_{\Gamma_c} \bar{E}_i \cdot d\bar{l}. \quad (4.3')$$

În regim electrocINETIC nestaționAR, câmpul electric \bar{E} este produs nu numai de sarcinile electrice și de cele de polarizație (momentele electrice \bar{p} – v. cap. 3) ci și de către câmpul magnetic care în regim nestaționAR este variabil în timp, prin fenomenul inducției magnetice (v. § 1.3.7). În acest caz, câmpul \bar{E} , în conductorii liniari, se poate descompune aditiv (conform teoremei superpoziției câmpului electromagnetic – v. § 1.5.2) în componenta \bar{E}_c (numită *câmp electric coulombian*) – produsă de sarcinile electrice și în componenta \bar{E}_s (numită *câmp electric solenoidal*) – produs prin fenomenul inducției electromagnetice (prezentat pe larg în § 1.3.7). În acest caz general, al regimului electrocINETIC nestaționAR, se poate scrie:

$$\bar{E} = \bar{E}_c + \bar{E}_s, \quad (4.5)$$

fiecare componentă a câmpului având caracteristicile:

$$\oint_{\Gamma_c} \bar{E}_c \cdot d\bar{l} = 0 \quad \text{și} \quad \oint_{\Gamma} \bar{E}_s \cdot d\bar{l} = \oint_{\Sigma_r} \text{rot} \bar{E}_s \cdot d\bar{A} \neq 0 \quad (4.6)$$

în care, conform legii (1.82), $\text{rot} \bar{E}_s = -\partial \bar{B} / \partial t - \text{rot}(\bar{B} \times \bar{w})$. Atunci ținând seama de relațiile (4,5) și (4.6), definiția (4.3) devine:

$$e = \oint_{\Gamma_c} \bar{E} \cdot d\bar{l} = \oint_{\Gamma_c} (\bar{E}_c + \bar{E}_s) \cdot d\bar{l} = \oint_{\Gamma_c} \bar{E}_c \cdot d\bar{l} + \oint_{\Gamma_c} \bar{E}_s \cdot d\bar{l} \rightarrow e_{im} = \oint_{\Gamma_c}^D \bar{E}_s \cdot d\bar{l}, \quad (4.3'')$$

ce definește tensiunea electromotoare de inducție electromagnetică (sau t.e.m. indusă) care apare numai în regim electrocINETIC nestaționAR.

În cazul general, în care regimul electrocINETIC poate avea simultan o componentă staționARă (continuă sau de curent continuu) și o alta nestaționARă (oarecare, periodică, alternativă sau sinusoidală) –caz frecvent întâlnit în circuitele electrice de procesare a semnalelor (de exemplu în etajele de amplificare) unde componenta de curent continuu este cea corespunzătoare punctului static de funcționare al dispozitivelor electronice, determinat de sursele de alimentare în curent continuu, iar cea nestaționARă este determinată de semnalul variabil în timp prelucrat– tensiunea electromotoare este atunci determinată simultan numai de componentele de câmp electric imprimat și solenoidal, adică:

$$e = \oint_{\Gamma_c} (\bar{E} + \bar{E}_i) \cdot d\bar{l} = \oint_{\Gamma_c} (\bar{E}_c + \bar{E}_s + \bar{E}_i) \cdot d\bar{l} = \oint_{\Gamma_c} \bar{E}_c \cdot d\bar{l} + \oint_{\Gamma_c} (\bar{E}_s + \bar{E}_i) \cdot d\bar{l} \quad (4.3''')$$

sau:

$$e = \oint_{\Gamma_c} \bar{E}_i \cdot d\bar{l} + \oint_{\Gamma_c} \bar{E}_s \cdot d\bar{l} = E + e_{nst}, \quad (4.3^{IV})$$

unde E este t.e.m. de curent continuu (produsă de câmpul electric imprimat, din regim electrocinetic staționar) și e_{nst} este t.e.m. nestaționară (produsă de câmpul electric solenoidal, de exemplu de curent alternativ).

Utilizându-se definiția generală (4.3''') a t.e.m. și dacă pe conturul Γ_c sunt puncte ce formează traseul Γ_0 în care $(\vec{E}_s + \vec{E}_i) = 0$ și punctele ce alcătuiesc traseul Γ_e în care $(\vec{E}_s + \vec{E}_i) \neq 0$, astfel că $\Gamma_c = \Gamma_0 + \Gamma_e$, atunci se poate scrie:

$$(4.3^V) \quad e = \oint_{\Gamma_c = \Gamma_0 \cup \Gamma_e} (\vec{E}_s + \vec{E}_i) \cdot d\vec{l} = \oint_{\Gamma_0} (\vec{E}_s + \vec{E}_i) \cdot d\vec{l} + \int_{\Gamma_e} (\vec{E}_s + \vec{E}_i) \cdot d\vec{l} \rightarrow e = \int_{\Gamma} (\vec{E}_s + \vec{E}_i) \cdot d\vec{l},$$

care arată că t.e.m. poate fi determinată prin integrala curbilinie pe porțiunile de curbă deschisă în punctele căruia sunt localizate câmpurile electrice solenoidal sau imprimat. Din punctul de vedere al componentelor de circuit electric, câmpurile electrice imprimat și solenoidal se găsesc localizate în așa-numitele *surse de energie electrică* (sau –pe scurt– *surse electrice* v. subcap.

8.1), care au o t.e.m. $e = \int_{\Gamma_c: A \rightarrow B} (\vec{E}_s + \vec{E}_i) \cdot d\vec{l}$ ca mărime caracteristică, specifică sursei, cu bornele A

și B ce delimitează un parcurs Γ_c prin sursă. Practic, câmpul electric solenoidal – produs prin inducție electromagnetică se găsește localizat în lungul conductorilor filiformi ce alcătuiesc spirele unei bobine, zise induse, cu bornele A – de început și B – de sfârșit, prin care se produce variația de flux magnetic ce determină t.e.m. $e = -d\phi/dt$ (v. § 1.3.7) și reprezintă integrala

curbilinie $e = \int_{\Gamma_c: A \rightarrow B} \vec{E}_s \cdot d\vec{l}$, Γ_c fiind un traseu deschis prin conductorul bobinei cuprins între bornele

bobinei A și B . Bobina indusă reprezintă –în esență– o sursă electrică nestaționară (în practică o sursă de curent alternativ).

Tot practic, câmpul electric imprimat (v. subcap. 4.3) –care în fond este o mărime de material– este localizat în părțile neomogene ale conductorilor, între bornele $A(+)$ și $B(-)$, sau cu neuniformități ale unor mărimi (acelerație, temperatură, tensiune mecanică interioară, iradiere etc.), fiind caracteristică surselor de curent continuu (din regimul electrocinetic staționar) și determinându-se cu relația (4.3') în forma $e = \int_{\Gamma_c: - \rightarrow +} \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$ adică a integralei curbilinii deschise

efectuată pe un drum Γ_c luat prin conductorii sursei cu semnul de referință de la borna – către borna + a sursei, știut fiind faptul că sensul intensității câmpului electric imprimat este de la porțiunile de sarcină electrică negativă către cele cu sarcină electrică pozitivă (v. § 2.3.1).

Tensiunile electromotoare se simbolizează grafic așa ca în figura 1.7, adică un cerc plasat pe conturul Γ_c (în lungul căruia se calculează integrala curbilinie ce definește pe e), sensul săgeții plasat la un capăt al diametrului cercului indicând sensul de referință al lui $d\vec{l}$ din integrala curbilinie de definiție.

Relații fundamentale ale electrocineticii

Aceste relații sunt determinate de legile generale ale teoriei macroscopice a câmpului electromagnetic (v. subcap. 1.3), în forme specifice pe care le au aceste legi în regimul electrocinetic. Astfel, rămân valabile sub formă “clasică”, prezentat în subcapitolul 1.3, următoarele legi:

- legea fluxului electric (v. § 1.3.1), deși ea nu are o utilizare semnificativă în aplicațiile electrocineticii;
- legea fluxului magnetic (v. § 1.3.2), cu toate că ea nu intervine decât colateral (legat de studiul efectului magnetic al electrocineticii);
- legea legăturii între inducția electrică, intensitatea câmpului electric și polarizația electrică (v. § 1.3.3), sfera ei de utilizare în aplicații fiind restrânsă;

- legea legăturii între inducția magnetică, intensitatea câmpului magnetic și magnetizație (v. § 1.3.4) nu prezintă interes în studiul electrocineticii (cel mult în subsidiar, legat de efectul magnetic al electrocineticii), mai ales că majoritatea materialelor conductoare sunt diamagnetice (de exemplu aurul, argintul, cuprul, plumbul etc.) sau paramagnetice (de exemplu aluminiul) adică materialele nemagnetice (v. subcap. 6.2) cu susceptivitate magnetică foarte mică ($|\chi_m| < 10^{-3}$);

- legea polarizației electrice temporare (v. § 1.3.5), având în vedere faptul că metalele (deci majoritatea conductorilor care prezintă importanță în aplicațiile tehnice ale electrocineticii) nu au polarizație permanentă (practic, la metale, $\bar{P}_p = 0$), se poate scrie în forma $\bar{D} = \epsilon \bar{E}$, cu observația că în metale $\epsilon \approx \epsilon_0$, ceea ce înseamnă că polarizația electrică a conductorilor se neglijează;

- legea magnetizației temporare (v. § 1.3.6) nu prezintă, practic, importanță în electrocinetică și pentru materialele conductoare (doar –și numai colateral– în studiul curenților turbionari, al efectului pelicular și al pierderilor în fier – v. subcap. 7.3);

- legea inducției electromagnetice (v. § 1.3.7) care –în fond– exprimă efectul electric al câmpului magnetic, cu implicație directă asupra studiului fenomenelor electrocinetice, este importantă în regimul electrocinetic nestaționar pentru determinarea tensiunii electromotoare de inducție electromagnetice e_{im} (denumită și t.e.m. indusă), dată de definiția (4.3''), sau a componentei nestaționare e_{nst} din cazul mai general (4.3^{IV}). Tensiunile electromotoare e_{im} și e_{nst} (în esență identice), intervin în studiul (modelarea) oricărei aplicații din regimul electrocinetic nestaționar bazată pe variația în timp a câmpului electromagnetic, când valoarea scalarului t.e.m. este dată de:

$$e = e_{im} + e_{nst} = -d\phi / dt ,$$

adică viteza de variație în timp a fluxului magnetic –conform legii (1.81), t.e.m. induse, ce se produc în mediile conductoare aflate în câmp magnetic variabil în timp sau/și care se deplasează cu o viteză \bar{w} într-un câmp magnetic constant în timp, determină –în conductoare– dacă în acestea există contururi închise, un regim electrocinetic nestaționar, caracterizați de curenții electrici de conducție cu intensitate variabilă în timp. Principalele aplicații ale acestei legi se referă la: transformatoarele electrice, generatoarele electrice rotative, bobine de inducție, curenții turbionari (v. subcap. 7.2) și multe altele. Pentru a se prezenta un exemplu referitor la aplicațiile legii inducției electromagnetice în electrocinetică, se consideră cazul din figura 4.1, al unui conductor rectiliniu filiform, rigid, de lungime l , ce se deplasează cu viteza \bar{w} , într-un câmp magnetic uniform cu inducția magnetică \bar{B} constantă în timp (un astfel de caz se întâlnește efectiv la generatoarele de curent continuu, la care înfășurarea indusă este formată din numeroase conductoare rectilinii introduse în creșterile de la periferia rotorului mașinii care este acționat de un motor primar cu o anumită viteză de rotație, ce determină o deplasare a conductoarelor cu o viteză tangențială la suprafața cilindrică a rotorului \bar{w} , normală pe vectorul inducției magnetice \bar{B} cu repartitie radială, produs în zona conductoarelor indusului –adică în întrefierul generatorului– de polii magnetici inductori ai statorului – v. „Mașini electrice“). În acest caz (fig. 4.1), t.e.m. indusă între capetele a și b ale conductorului se determină cu relația (4.3^V), adică o integrală curbilinie în lungul conductorului, de la a la b :

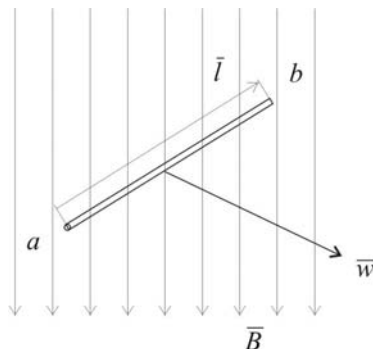


Fig. 4.1

$$e = \int_{a \rightarrow b} \bar{E}_s \cdot d\bar{l} = \bar{E}_s \cdot \bar{l},$$

unde intensitatea câmpului electric sinusoidal \bar{E}_s se stabilește cu ajutorul formei locale a formei inducției electromagnetice (1.82), adică: $\text{rot } \bar{E}_s = -\partial \bar{B} / \partial t - \text{rot}(\bar{B} \times \bar{w})$, care –în condițiile

particulare ale exemplului din figura 4.1 ($\vec{B} = \text{const.} \Rightarrow \partial \vec{B} / \partial t = 0$) devine: $\text{rot} \vec{E}_s = -\text{rot}(\vec{B} \times \vec{w})$ sau $\text{rot} \vec{E}_s = \text{rot}(\vec{w} \times \vec{B})$, astfel că rezultă:

$$\vec{E}_s = \vec{w} \times \vec{B} \quad \text{și} \quad e = \vec{E}_s \cdot \vec{l} = (\vec{w} \times \vec{B}) \cdot \vec{l} = \vec{w} \vec{B} l = \vec{B} l \vec{w}.$$

Deci t.e.m. indusă în conductorul rectiliniu filiform $e_{a \rightarrow b}$ este egală cu produsul mixt al vectorilor inducție magnetică \vec{B} , lungimea orientată a conductorului $\vec{l} = l_{a \rightarrow b}$ și viteza de translație \vec{w} . Dacă cei trei vectori formează un triedru drept, t.e.m. indusă în conductorul din figura 4.1 este $e = Blw$ (formulă cunoscută de la Fizica elementară);

- legea circuitului magnetic (v. § 1.3.8) care –în fond– exprimă efectul magnetic al electrocineticii este utilizată frecvent în aplicațiile ereferitoare la determinarea câmpului magnetic produs de stare electrocinetică a conductorilor. Exemplul tipic este acela al calcului circuitelor magnetice care folosesc ca surse de câmp bobinele de excitație, alimentate în curent continuu sau/și alternativ (v. subcap. 6.4) – cu numeroase aplicații tehnice, propagarea câmpului electromagnetic în conductoarele masive (v. subcap. 7.2) și multe altele.

Legile: conservării sarcinii electrice, a conducției electrice, a transformării de energie în conductori și a electrolizei sunt legi specifice stării electrocinetice și conduc la modele fundamentale ce au forme caracteristice în funcție de regimul electrocinetic și de sistemul fizic electrocinetic analizat (de exemplu: cu conductoare filiforme, cu conductoare masive, cu elemente componente neliniare, cu câmpuri electrice a căror inducție \vec{D} variază puternic în timp etc.).

Legea conservării sarcinii electrice a fost prezentată în paragraful 1.3.9 prin formulele stabilite experimental:

(CS) - integrală: $i_\Sigma = -dq_\Sigma/dt$

și

(CS') - local: $\text{div} \vec{J} = -\partial q_v / \partial t - \text{div}(\vec{w} q_v)$.

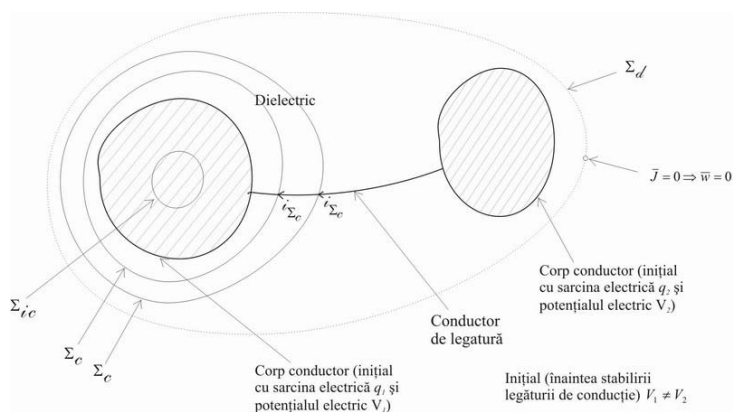


Fig. 4.2

legătură este valabilă legea (CS), curentul $i_{\Sigma c}$ fiind localizat în firul de legătură și reprezentând mărimea “intensitatea curentului electric de conducție”. Dacă se consideră o suprafață închisă Σ_d ce înconjură întreg sistemul, trecând numai prin dielectric, atunci $i_{\Sigma c} = 0$ numai și numai dacă prin Σ_d nu trec corpuri încărcate cu sarcini electrice, ceea ce înseamnă că viteza care apare în forma (CS') a legii este $\vec{w} = 0$, deoarece –după cum s-a arătat– sarcina electrică se conservă pe întreg sistemul (adică $q_{\Sigma d} = 0$).

După realizarea legăturii conductoare între cele două corpuri conductoare, ca urmare a stării electrocinetice în care a trecut întregul sistem, sarcina electrică se redistribuie în sistem până când potențialele electrice ale celor două corpuri și a legăturii devin egale –conform teoremei potențialului electrostatic al conductorilor (2.36'')– stabilindu-se astfel un regim electrostatic (v. §

Experiența arată că dacă între două corpuri conductoare încărcate cu sarcini electrice și între care există o diferență de potențial electric se introduce o legătură conductoare, sarcina electrică variază în timp, dar se conservă pentru întreg sistemul; de asemenea, experiența mai arată că pe durata variației în timp a sarcinii electrice locale în conductori se dezvoltă căldură. În acest caz (fig. 4.2), pentru orice suprafață închisă Σ_c care intersectează conductorul de

2.2.3). Energia necesară echilibrării potențialelor electrice și redistribuirii sarcinilor electrice este dată –conform relației (2.31)– de produsul $\Delta q(V_1 - V_2)$, unde Δq este sarcina electrică ce s-a redistribuit în sistemul de corpuri conductoare prin curentul $i_{\Sigma c}$ din intervalul de timp $t - t_0$ cât a durat regimul electrocinetic: $\Delta q = \int_{t_0}^{t_1} i_{\Sigma c}(t) dt$ –conform legii (CS)–, iar V_1 și V_2 sunt potențialele

electrice inițiale (dinaintea efectuării legăturii de conducție) a corpurilor conductoare; această energie se disipă în conductorii sistemului, în punctele în care există $\vec{J} \neq 0$, sub formă de căldură, conform legii $\rho \vec{J}^2$ [în Ws/m^3], ρ fiind rezistivitatea locală a conductorilor.

Dacă în interiorul oricăruia dintre conductori se ia o suprafață închisă Σ_{ic} (v. fig. 4.2), cu singura condiție ca ea să se afle strict în interiorul conductorului, atunci –în timpul regimul electrocinetic– curentul $i_{\Sigma ic}$ prin această suprafață va fi zero, adică $i_{\Sigma ic} = 0$, deoarece –conform observației 4.1.– într-un mediu conductor nu se pot aglomera particule cu sarcini electrice (cel mult în mod tranzitoriu, ca “efect de capete” în cazul –de exemplu– în care un corp conductor se izbește “violent” de un obstacol, apărând deci un câmp electric imprimat de accelerație – v. subcap. 4.3). Prin urmare, în medii exclusiv conductoare nu se pot “cumula” sarcinile electrice.

Dacă se unesc cei doi electrozi (bornele + și –) al unui element galvanic (v. subcap. 4.3) printr-o legătură conductoare se va constata că se produce, în bucla sursă-conductor, o stare electrocinetică (pusă în evidență de efectele ce apar) în care repartiția sarcinii electrice nu variază în timp (deci $dq_v/dt = 0$ și $dq_a/dt = 0$), deși în conductori se dezvoltă căldură, apar efecte magnetice, chimece etc. S-a produs, în acest caz, un regim electrocinetic staționar (v. observația 4.2), caracterizat de un curent electric de conducție cu intensitatea, prin orice secțiune transversală în lungul conductorului fără ramificații, constantă și egală cu \vec{I} . În acest caz legile (CS) și (CS') devin $\vec{J}_{\Sigma} = 0$ și –respectiv– $\text{div } \vec{J} = 0$ (v. subcap. 4.4).

Asupra noțiunilor “curent electric” și “densitate de curent electric” se va reveni în subcapitolul 4.2.

Legea conducției electrice, care a fost prezentată în paragraful 1.3.10, este o lege de material specifică mediilor conductoare și fundamentală pentru orice aplicație tehnică a electrocineticii.

Această lege reprezintă, de fapt, generalizarea conducției de echilibru electrostatic (2.34), care în regim electrocinetic (în care $\vec{J} \neq 0$) nu mai este valabilă și deci:

$$\vec{E}_c + \vec{E}_i \neq 0 \Leftrightarrow \vec{J} \neq 0 \text{ în } \forall P \in \Omega_c. \quad (\text{CE})$$

Din punctul de vedere microscopic, semnificația relației (CE) rezultă din următoarele :

- în orice mediu conductor, particulele elementare libere (electroni, ioni etc) se găsesc într-o mișcare dezordonată din cauza agitației termice. Sub acțiunea unei forțe active rezultante (medii) particulele pot căpăta o viteză suplimentară, ordonată. Notându-se cu q_m sarcina electrică a unei astfel de particule (microscopice), forța rezultantă medie \vec{F}_m care acționează asupra ei are expresia dată de relația (2.28), adică:

$$\vec{F}_m = q_m(\vec{E}_c + \vec{E}_i),$$

în care \vec{E}_c este intensitatea câmpului electric coulombian și \vec{E}_i – intensitatea câmpului electric imprimat;

- deoarece mișcarea ordonată a particulelor microscopice, supuse ciocnirilor dezordonate permanente cu alte particule, se face într-un mediu cu frecare, forța activă rezultantă \vec{F}_{rez} este practic proporțională cu viteza relativă medie suplimentară (\vec{w}_{rel}) pe care le capătă particulele față de conductor și deci cu densitatea de curent \vec{J} conform relațiilor:

$$\vec{F}_{rez} = q_m(\vec{E}_c + \vec{E}_i) \approx k_w \vec{w}_{rel} \approx k_j \vec{J}, \quad (\text{CE}')$$

în care k_w și k_j sunt constante de material;

- notându-se constanta k_j/q_m cu ρ (rezistivitatea materialului – v. § 1.2.3, aliniatul "Rezistivitatea materialului..." și tabelul 1.3), rezultă din egalitățile (CE'):

$$(CE'') \quad (\vec{E}_c + \vec{E}_i) = \rho \vec{J},$$

adică tocmai forma locală (1.95) a legii conducției electrice.

Forma integrală a acestei legi, dată de modelul (1.96), adică :

$$(CE''') \quad u_f + e = Ri,$$

este scrisă pentru o porțiune de conductor filiform (v. § 1.3.10), dar este valabilă atât în cazul în care conductorul reprezintă numai o porțiune neramificată dintr-un circuit electric cu mai multe laturi și noduri (v. cap. 8), cât și în cazul în care conductorul este închis, reprezentând o buclă (ochi), situație în care tensiunea în lungul firului: $u_f = \oint_{\Gamma} \vec{E}_c \cdot d\vec{l} = 0$ și atunci legea (CE''') devine:

$$(CE^{IV}) \quad e = Ri,$$

în care e este t.e.m. de contur, i – intensitatea curentului electric de conducție a buclei și R – rezistența electrică a ochiului conductor.

Dacă t.e.m. e este nulă de-a lungul conductorului (laturii), ceea ce face să se spună că latura (sau rezistorul, cum este denumită o componentă de circuit caracterizată prin parametrul "rezistență electrică") este *pasivă*, atunci legea (CE^{III}) devine:

$$(CE^V) \quad u_f = Ri, \quad e = 0.$$

Legea conducției electrice este valabilă în orice regim electrocinetic (staționar și nestaționar – situație în care în modelele legii sunt luate valori instantanee ale tensiunii în lungul firului, t.e.m. și intensității curentului electric de conducție)

Dacă se folosește și mărimea tensiunea electrică la borne u_b , definită prin relația (1.43^{II}) din § 1.2.2 (subparagraful "Tensiunea electrică"), adică: $u_b = \int_{\Gamma_{iz}: A \rightarrow B} (\vec{E}_c + \vec{E}_s) \cdot d\vec{l}$, o integrală curbilinie

de-a lungul unei curbe prin izolantul din jurul conductorului (Γ_{iz}), între bornele A și B ale firului conductor (fig.4.3) a vectorilor intensitatea câmpului electric coulombian (\vec{E}_c) însumată –dacă există– cu intensitatea câmpului electric solenoidal (\vec{E}_s), atunci –în cazul în care $\vec{E}_s = 0$, ceea ce se întâmplă sigur în regim electrocinetic staționar– rezultă:

$$u_f = \int_{\Gamma_c: A \rightarrow B} \vec{E}_c \cdot d\vec{l} \quad \text{și} \quad u_b = \int_{\Gamma_{iz}: A \rightarrow B} (\vec{E}_c + \vec{E}_s) \cdot d\vec{l} \rightarrow u_f \equiv u_b \Leftarrow \vec{E}_s = 0.$$

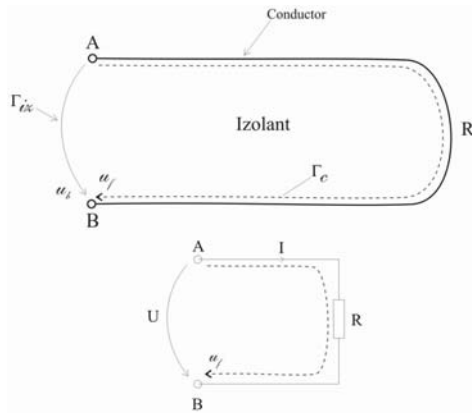


Fig. 4.3

Deci, în curent continuu (adică în regim electrocinetic staționar), în care $u_b = u_f = U$ (v. fig. 4.3) forma (CE''') a legii conducției electrice devine:

$$(CE^{IV}) \quad U + E = RI,$$

și dacă latura este pasivă (decă t.e.m. $E=0$) rezultă:

$$U = RI \quad \text{sau} \quad I = GU \quad \text{sau}$$

$$(4.7) \quad I = \frac{U}{R} \quad \text{sau} \quad R = \frac{U}{I} \quad \text{sau} \quad U = \frac{I}{G}.$$

în care $G=1/R$ este conductanța laturii. Toate formele modelului (4.7) al legii conducției electrice, care sunt *variabile numai în curent continuu* (regimul staționar al electrocineticii) și *numai pentru laturi conductoare pasive* (t.e.m. $E=0$) și *liniare* (parametrii $R = \text{const.}$ și $G = \text{const.}$) poartă denumirea –frecvent utilizată– de *legea lui Ohm*.

Modelul (4.7) are două semnificații: *de definiție a rezistenței electrice* în curent continuu a unui conductor $R=U/I$ (adică rezistența electrică este numeric egală cu raportul dintre tensiunea

electrică continuă aplicată conductorului și intensitatea curentului electric de conducție din latura conductoare) și *de verificare experimentală a liniarității rezistenței electrice* (atunci când $U_1/I_1 = U_2/I_2 = \dots$).

Relația de egalitate a tensiunii electrice la bornele u_b și a tensiunii electrice în lungul firului u_f se păstrează, chiar cu o bună aproximație și în regim electrocinetic nestaționar cu condiția ca de/dt (adică viteza de variație în timp a t.e.m.) să nu fie mai mare; astfel în curent alternativ, dacă frecvența f a t.e.m. $e(t+k1/f)$ este $f < 8000\text{Hz}$ atunci aproximația $u_b \approx u_f = u$ este aproape de identitate. La frecvențe foarte înalte (de ordinul gigaherzilor) și mai ales în domeniul microundelor $u_b \neq u_f$ în mod net și –mai mult– u_b depinde substanțial de drumul Γ_{iz} dintre bornele A și B ale conductorului. O experiență clasică este edificatoare în acest sens: după cum se știe (de la “Fizică”) tensiunea la borne se măsoară cu ajutorul unui voltmetru conectat la bornele avute în vedere, dar –de fapt– indiferent de tipul aparatului (electromagnetic, magnetoelectric cu termocuplu sau cu redresor, ..., electronic cu conversie tensiune –frecvență sau tensiune– timp sau electric digital etc.) *el indică strict tensiunea electrică în lungul firului laturii voltmetrului și nu tensiunea la borne* (nici măcar tensiunea în lungul laturii asupra căreia se fac măsurările). Dacă frecvența nu este mare (putând fi și de ordinul zecilor de megahertzi) nu este o diferență semnificativă între u_{fv} , u_{fR} și u_b (adică, în ordine, tensiunile electrice: în lungul firului voltmetrului, în lungul firului rezistorului supus măsurării și la borne). Dacă frecvența este foarte mare (mai ales în microunde) indicațiile aceluiași voltmetru depind de lungimea și –mai ales– poziția firelor de legătură a aparatului la bornele la care se fac măsurările.

Legea transformării de energie în conductori a fost prezentată la paragraful 1.3.11 și ea exprimă cantitativ efectul termic al electrocineticii, fiind general valabilă, indiferent de regimul (staționar sau nestaționar) al electrocineticii.

Interpretarea microscopică a acestei legi se bazează pe următoarele idei:

- mișcarea ordonată cu viteza medie relativă \tilde{w}_{rel} –față de conductor– cu sarcina electrică q_m (fapt specific stării electrocinetice a conductorilor), sub acțiunea unor forțe medii nenule (electrice și, eventual, neelectrice) din câmp, efectuate asupra fiecărei particule ($\tilde{F}_m = q_m \bar{E}$), determină o pierdere de energie din câmpul electric datorită lucrului mecanic elementar mediu (exprimat aici prin operatorul d_{\uparrow}) și anume:

$$d_{\uparrow} L_m = q_m \bar{E} \cdot \overline{d\vec{l}},$$

pentru fiecare particulă microscopică deplasată în timpul elementar dt ordonat pe distanța elementară $\overline{d\vec{l}} = \tilde{w}_{rel} dt$;

- lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea tuturor particulelor libere din unitatea de volum (adică local) se obține prin însumarea lucrului mecanic elementar al acestor particule, ceea ce înseamnă:

$$\lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta q_m}{\Delta v} \bar{E} \cdot \tilde{w}_{rel} dt = q_{mv} \bar{E} \cdot \tilde{w}_{rel} dt = p dt,$$

în care $q_m = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} (\Delta q_m / \Delta v) = dq_m / dv$ este densitatea de volum a sarcinii electrice a particulelor libere din volumul elementar dv (deci locul), iar p [în W/m^3] este densitatea de volum a puterii pierdute de câmp prin lucrul mecanic total efectuat de deplasarea particulelor microscopice locale;

- deoarece $\bar{J} = q_{mv} \tilde{w}_{rel}$ –v. relația (CE')– rezultă din expresia precedentă împărțită cu dt :

$$p = \bar{E} \cdot \bar{J} \text{ în } [\text{W/m}^3],$$

care reprezintă forma locală a legii transformării de energie în conductori (1.103");

- densitatea de volum a puterii transformate în conductori este –prin urmare– efectul microscopic al lucrului mecanic microscopic efectuat de câmpul electromagnetic, instantaneu și local, pentru a „transporta” particulele elementare libere, încărcate cu sarcină electrică, prin conductor. Acest lucru mecanic se disipă în mediul exterior sub formă de căldură (ceea ce duce la

încălzirea conductorului) sau –în cazul existenței și a unui câmp imprimat (deci a unor forțe de natură neelectrică)– la producerea unei alte forme de energie a corpurilor (de exemplu, chimică).

Legea electrolizei, prezentată în paragraful 1.3.12, exprimă cantitativ efectul chimic al electrocineticii în cazul conductorilor de specie a doua (a conductorilor electrolitici). Conform acestei legi –dată de modelul (1.104)– masa de substanță depusă la un electrod este direct proporțională cu integrala $\int_{t_1}^{t_2} i dt$ calculată pe durata t_2-t_1 cât are loc electroliza. Rezultă deci că eficiența maximă (adică o masă cât mai mare de substanță depusă) are loc în curent continuu, deoarece integrala devine $I(t_2-t_1)$. Dacă regimul electrocinetic este nestaționar alternativ (de exemplu sinusoidal), efectul este nul, deoarece în curent alternativ oarecare $t_2-t_1=kT$ (T fiind perioada de repetiție) $\frac{1}{T} \int_t^{t+kT} i dt = 0$, iar în curent sinusoidal $\int_0^{kT} \sin \frac{2\pi}{T} t dt = 0$.

4.1.2. Modelul variațional al electrocineticii

Modelul (matematic) de tip variațional al electrocineticii (în principal staționară) se poate deduce direct din modelul variațional al câmpului electrostatic (v. § 2.6.3), pe baza corespondenței formele duale (de model) între mărimile macroscopice electrostatice și electrocinetice și anume:

$$(MV) \quad \begin{aligned} \bar{E}_c &\leftrightarrow \bar{E}, & \bar{D} &\leftrightarrow \bar{J}, & V_{st} &\leftrightarrow V, \\ \varepsilon &\leftrightarrow \gamma, & \bar{P}_p &\leftrightarrow \gamma E_i & \text{și} & q_v &\leftrightarrow 0, \end{aligned}$$

în care: \bar{E}_c este intensitatea câmpului electrostatic (coulombian), \bar{E} – intensitatea câmpului electrocinetic staționar, \bar{D} – inducția electrostatică, \bar{J} – densitatea (de suprafață) a curentului de conducție, V_{st} – potențialul electrostatic, V – potențialul electrocinetic (staționar) – v. subcap. 4.4., ε – permitivitatea absolută a materialului, γ – conductivitatea electrică a materialului, \bar{P}_p – polarizația electrică permanentă, E_i – intensitatea câmpului electric imprimat și q_v – densitatea de volum a sarcinii electrice, corespondențe ce rezultă din analogia formală a modelelor de bază, adică:

regimul electrostatic

$$\text{rot } \bar{E}_c = 0$$

$$\text{div } \bar{D} = q_v$$

$$\bar{D} = \varepsilon \bar{E} + \bar{P}_p$$

regimul electrocinetic staționar

$$\text{rot } \bar{E} = 0$$

$$\text{div } \bar{J} = 0 \Leftarrow \frac{dq_v}{dt} = 0$$

$$\bar{J} = \gamma (\bar{E} + \bar{E}_i),$$

Pe baza acestei dualități, funcționala energetică (v. § 2.6.3), asociată câmpului electrocinetic (staționar) se obține din funcționala energetică (2.69), asociată câmpului electrostatic, și are forma:

$$(4.8) \quad F(V) = \int_{v_{con}} \left(\int_0^{\bar{E}} \bar{J} \cdot d\bar{E} \right) dv + \int_{\Sigma_N} \bar{J} \cdot \bar{n}_{\Sigma_N} V dA,$$

în care: v_{con} este volumul domeniului din conductor Ω_{con} unde au loc fenomenele electrocinetice; \bar{J} – densitatea curentului electric de conducție; \bar{E} intensitatea câmpului electrocinetic din conductor; $\Sigma_N \subset \Sigma = \text{Fr} \Omega_{con}$ este porțiunea din frontiera Σ a domeniului Ω_{con} din conductor pe care se cunosc condițiile la limită de tip Neumann (v. § 2.2.3), \bar{n}_{Σ_N} – versorul normalei la porțiunea de frontieră Σ și V – potențialul electrocinetic în punctele de pe Σ_N .

Condițiile la limită naturale în procesul de staționarizare a funcționalei (4.8) sunt reprezentate - în cazul general al unor condiții mixte pe frontieră - de condițiile de tip Neumann,

adică $\vec{J} \cdot \vec{n}_{\Sigma_N} = f_N(\vec{r})$ sau 0 pe porțiunea de frontieră $\Sigma_N \subset \Sigma$ și de condițiile de interfață $\text{rot} \vec{E}|_{\Sigma_d} = 0$ și $\text{div} \vec{J}|_{\Sigma_d} = 0$ – în cazul unor suprafețe fixe de discontinuitate Σ_d (eventual existente în Ω_{con}).

De cele mai multe ori, condițiile la limită esențiale sunt condițiile pe frontieră de tip Dirichlet (v. § 2.2.3), adică $V = f_D(\vec{r})$ sau 0 pe porțiunea de frontieră $\Sigma_D = \Sigma - \Sigma_N$ (aici, indicile D reprezintă condiția de tip Dirichlet).

4.2. Curentul electric

Denumirea, mai mult generică, a acestui subcapitol se referă la aspectul calitativ al mărimii „curent electric”, ca noțiune specifică corpurilor aflate în stare electrocINETICĂ. În funcție de fenomenul fizic ce determină starea electrocINETICĂ, există (așa cum s-a mai arătat în § 1.3.8 – v. ”Modelul local al legii circuitului magnetic”), mai multe mărimi de tip curent electric, cu aceeași dimensiune fizică: $[Q][t]^{-1}$ – v. relația dimensională (1.91), cu aceeași semnificație calitativă – aceea referitoare la distribuția sarcinilor electrice în raport cu timpul și aceeași unitate de măsură SI (amperul) necesară exprimării cantitative a stării electrocINETICE a corpurilor; așa sunt „curenții electrice”: de conducție, de deplasare, de convecție, Roentgen teoretic, hertzian, de polarizație ș.a.

Curentul electric de conducție a fost prezentat pe larg în paragraful 1.2.1 (v. subparagraful „Intensitatea curentului electric de conducție”), în paragraful 1.3.9 în care –într-o paranteză ce urmează imediat după figura 1.22– prezintă o interpretare microscopică a intensității curentului electric, precum și -nu cu mult înainte- în paragraful 4.1.2, subparagraful „Relații fundamentale ale electrocINETICII”, aliniatul „Legea conservării sarcinii electrice ...”. De aceea asupra curentului electric de conducție nu se va mai reveni, urmând ca paragrafele acestui subcapitol să se refere la : curentul electric de deplasare și curentul de convecție.

4.2.1. Curentul electric de deplasare

În figura 4.4, unde e reprezintă o sursă de energie electrică, este reprezentat un circuit în care –prin închiderea întrerupătorului K – se stabilește (într-un timp foarte scurt) regimul electrostatic (caracterizat de faptul că cele două corpuri conductoare se încarcă cu sarcini electrice egale și de semn contrar, astfel că $+q - q = 0$). În acest interval de timp scurt se produce însă un regim electrocINETIC, repartitia sarcinii electrice pe conductori variind în timp, ceea ce poate fi caracterizat de către un curent electric de conducție în latura conductoare a sursei: $A-B$. Întreg sistemul din figura 4.4 este considerat imobil (cu viteza $\vec{w} = 0$).

Dacă se consideră suprafața închisă Σ_1 , cu versorul normalei \vec{n}_1 orientat spre exteriorul lui Σ_1 (ce cuprinde ambele corpuri conductoare, 1 și 2), se va constata că prin Σ_1 apar doi curenți electrice de conducție, cu intensitățile electrice i_A și i_B egale între ele (v. fig. 4.4). Conform legii conservării sarcinii electrice (1.90) va rezulta, pentru curentul electric de conducție referitor la suprafața Σ_1 :

$$i_{\Sigma_1} = -i_A + i_B = -\frac{dq_{\Sigma_1}}{dt} . \quad (II)$$

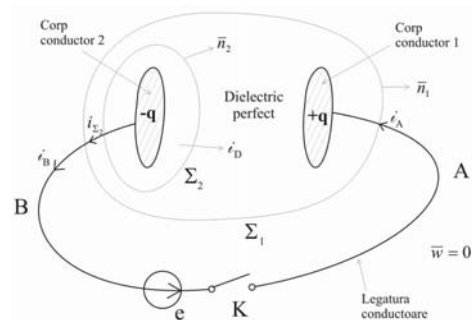


Fig. 4.4

în care i_A apare cu semnul minus deoarece sensul de referință al acestui curent (către interiorul lui Σ_1) este contrar sensului versorului local \bar{n}_1 , iar i_B este cu semnul + pentru că are același sens de referință cu \bar{n}_1 (către exteriorul suprafeței Σ_1). Deoarece în procesul tranzitoriu de încărcare a corpurilor conductoare de la sursa electrică e , sarcinile electrice sunt în permanență egale și de semn contrar, adică $|-q| = |+q|$, iar pe legătura conductoare sarcina electrică este neglijabilă, rezultă că $dq_{\Sigma_1} / dt = 0$ și atunci relația (I1) conduce la:

$$(I2) \quad i_{\Sigma_1} = -i_A + i_B = 0 \rightarrow i_A = i_B.$$

Dacă, referitor în continuare la figura 4.4, se consideră o altă suprafață închisă Σ_2 ce „taie” conductorul de legătură numai în regiunea B , iar în rest se află în dielectric (care se consideră perfect, adică având conductivitatea egală cu zero), atunci rezultă că intensitatea curentului de conducție i_B (care „iese” din Σ_2 prin B) trebuie să fie egal (pentru a fi respectată legea conservării sarcinii electrice) cu un curent electric de altă natură decât conducția, care „parcurge” suprafața Σ_2 prin dielectric. În acest mod se stabilește o nouă mărime, notată cu i_D care, adunată cu intensitatea curentului electric de conducție (i_B), dă un curent total, notat cu i_{Σ_2} , nul prin orice suprafață închisă de felul lui Σ_2 (v. fig. 4.4):

$$(I3) \quad i_{\Sigma_2} = i_B + i_D = 0,$$

unde intensitatea curentului electric prin dielectric, i_D , se numește *intensitatea curentului electric de deplasare* (sau –mai scurt– *curent de deplasare*).

S-a considerat, încă de la început, că întreg sistemul se află în repaus (mecanic, adică cu viteza $\bar{w} = 0$), astfel că aplicându-se relației (I3) legea conservării sarcinii electrice (1.90) prin suprafețe de felul lui Σ_2 (care trec și prin dielectric) va rezulta:

$$i_{\Sigma_2} = -\frac{dq_{\Sigma_2}}{dt} \quad \text{și} \quad i_{\Sigma_2} = i_B + i_D = 0 \quad \Rightarrow \quad i_{\Sigma_2} = i_B = -i_D = -\frac{dq_{\Sigma_2}}{dt},$$

obținându-se, pentru curentul de deplasare, relația:

$$(4.9) \quad i_D = \frac{D dq_{\Sigma_2}}{dt}.$$

Aplicându-se relației de definiție (4.9) legea (1.65') a fluxului electric, adică făcându-se înlocuirea $q_{\Sigma_2} = \oint_{\Sigma_2} \bar{D} \cdot \bar{dA}$, va rezulta:

$$(I4) \quad i_D = \frac{dq_{\Sigma_2}}{dt} = \frac{d}{dt} \oint_{\Sigma_2-B} \bar{D} \cdot \bar{dA} = \oint_{\Sigma_2-B} \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \cdot \bar{dA} = \oint_{\Sigma_d} \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \cdot \bar{dA}.$$

Intensitatea curentului electric de deplasare se poate exprima în funcție de densitatea curentului de deplasare \bar{J}_D (ca flux al acestui vector prin suprafața $\Sigma_d = \Sigma_2 - B$, din dielectric):

$$(I5) \quad i_D = \oint_{\Sigma_2-B} \bar{J}_D \cdot \bar{dA} = \oint_{\Sigma_d} \bar{J}_D \cdot \bar{dA},$$

B fiind punctul de pe Σ_2 (v. Fig. 4.4.) în care aceasta intersectează legătura conductoare .

Din relațiile (I4) și (I5) rezultă:

$$\oint_{\Sigma_d} \bar{J}_D \cdot \bar{dA} = \int_{\Sigma_d} \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \cdot \bar{dA}$$

și, deoarece sistemul este în repaus –caz în care inducția electrică \bar{D} depinde numai de timp și de coordonatele punctelor–, iar suprafața Σ_d a fost aleasă arbitrar, din relația precedentă rezultă

următoarea expresie a densității curentului electric de deplasare:

$$\bar{J}_D = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} . \quad (4.10)$$

S-a introdus, în relația (4.10) derivata parțială a lui \bar{D} deoarece inducția electrică este un vector-funcție de x, y, z și t , iar x, y, z și t sunt variabile independente.

Formula (4.10) stabilește deci relația între vectorul densității curentului electric de deplasare și vectorul inducției electrice, din orice punct (x, y, z) aparținând unui domeniu dielectric.

Prin urmare, curentul electric de deplasare (prin intensitatea lui i_D și densitatea lui \bar{J}_D) este caracteristic dielectricilor în repaus în care inducția electrică variază în timp: $\bar{D} = \bar{D}(t)$. În regim electrocinetic staționar și în regim electrostatic, în care $\bar{D} = \text{const.}$, rezultă că $\bar{J}_D = 0$, precum și $i_D = 0$.

Relațiile (4.9) cu (I3) și (4.10) explică existența regimului electrocinetic (tranzitoriu) de încărcare/descărcare a unui condensator alimentat de la o sursă de curent continuu, precum și curentul electric din laturile cu condensatoare ale rețelelor de curent alternativ (din regim electrocinetic nestaționar, alternativ). În ambele cazuri, conducția electrică din conductoare (deci curentul electric de conducție) este „asigurată” de variația în timp a inducției electrice din dielectrici - adică de curentul electric de deplasare, conform relației (I3).

Ținându-se seama de legea legăturii dintre intensitatea câmpului electric, inducția electrică și polarizația electrică (1.71), expresia (4.10) se poate scrie sub forma:

$$\bar{J}_D = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \bar{E} + \bar{P}) = \epsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} \quad (4.10')$$

de unde reiese că există două componente ale densității curentului electric de deplasare:

- densitatea curentului de deplasare în vid \bar{J}_{D_0} care este dat de:

$$\bar{J}_{D_0} = \epsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} ; \quad (4.11)$$

- densitatea curentului de deplasare în corpuri (dielectrici) sau densitatea curentului electric de polarizație \bar{J}_P care are expresia:

$$\bar{J}_P = \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} . \quad (4.12)$$

În funcție de aceste densități de curent se stabilesc și intensitățile curenților electrici de deplasare:

$$\text{- în vid } i_{D_0} = \epsilon_0 \int_{\Sigma_0} \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \cdot \bar{dA} ; \quad (4.11')$$

$$\text{- de polarizație } i_P = \int_{\Sigma_d} \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} \cdot \bar{dA} ; \quad (4.12')$$

în care Σ_d este o suprafață situată în vid și Σ_0 - o suprafață situată în corpuri (dielectrici). Aceste relații mai pot fi scrise și în forma:

$$i_{D_0} = \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_{\Sigma_0} \bar{E} \cdot \bar{dA} \quad (4.11'')$$

și

$$i_P = \frac{d}{dt} \int_{\Sigma_d} \bar{P} \cdot \bar{dA} . \quad (4.12'')$$

Însă s-a arătat, în subcapitolul 3.3 – v. relația (3.30), că fluxul vectorului \vec{P} reprezintă sarcina (electrică) de polarizație q_p și că fluxul lui \vec{E} este proporțional – conform teoremei lui Gauss (2.16) cu sarcina electrică (liberă) q_l . Astfel, rezumându-se cele de mai sus, rezultă că intensitățile curenților electrici de conducție (i_Σ), de deplasare în vid (i_{D_0}) și de polarizație (i_p) pot fi scriși în formele:

$$i_\Sigma = -dq/dt; \quad i_{D_0} = dq_l/dt \quad \text{și} \quad i_p = dq_p/dt.$$

Suma acestor curenți prin suprafața închisă de tipul Σ_2 (v. fig. 4.4.) trebuie să fie zero (conform legii conservării sarcinii electrice), astfel că:

$$\frac{d}{dt}(-q + q_l + q_p) = 0,$$

ceea ce se verifică, deoarece: $q_l = q + q_p$.

4.2.2. Curentul electric de convecție

În toate cazurile prezentate în paragraful precedent (4.2.1) s-a presupus situația în care corpurile (și întreg sistemul fizic) sunt imobile în sistemul de referință ales, care a fost considerat un sistem inerțial. În cadrul prezentului paragraf se va analiza ce se întâmplă când în sistemul fizic există și corpuri în mișcare, într-un sistem de referință inerțial (adică există viteze $\vec{w} \neq 0$).

Conform celor de până acum se va admite –în continuare (pe baza legii conservării sarcinii electrice)– că intensitatea curentului electric total (adică printr-o suprafață închisă Σ) este nul. Aceasta înseamnă că intensitatea curentului electric de conducție trebuie să fie însumat cu intensitatea unui curent electric de altă natură decât cel de conducție, care a fost denumită *intensitatea curentului electric hertzian* (pe scurt, *curent hertzian*) și notat cu i_{Hz} , astfel încât să existe mereu relația:

$$(I6) \quad i_\Sigma + i_{Hz} = 0.$$

În categoria aceasta de curent hertzian se va include -ca un caz particular- și curentul de deplasare (definit în § 4.2.1).

Deoarece $i_\Sigma = -dq_\Sigma/dt$, $q_\Sigma = \oint_\Sigma \vec{D} \cdot d\vec{A}$ și, din egalitatea (I6), $i_\Sigma = -i_{Hz}$, va rezulta:

$$(4.13) \quad i_{Hz} = \frac{D}{dt} \oint_\Sigma \vec{D} \cdot d\vec{A},$$

care poate fi admisă ca o relație de definiție a curentului hertzian.

Pentru că suprafața Σ se află în mișcare (cu viteza \vec{w}) și corpurile se mișcă între ele, rezultă că sub semnul integralei din definiția (4.13), dacă se utilizează scrierea în coordonate carteziane, variabilele x, y , și z care definesc vectorul de poziție al unui punct: $\vec{r}(P) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, sunt funcții de timp: $x(t)$, $y(t)$, și $z(t)$. În acest caz derivata din definiția (4.13) reprezintă derivata substanțială a fluxului în raport cu timpul, care va fi prezentată în capitolul 9 [v. § 9.1.2, relația (9.41)], fiind –în acest caz:

$$(I7) \quad i_{Hz} = \frac{d}{dt} \oint_\Sigma \vec{D} \cdot d\vec{A} = \oint_\Sigma \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{A} + \oint_\Sigma \vec{w} \operatorname{div} \vec{D} \cdot d\vec{A} + \oint_\Sigma \operatorname{rot}(\vec{D} \times \vec{w}) \cdot d\vec{A},$$

în care \vec{w} este vectorul vitezei, iar conform legii fluxului electric –în forma locală (1.66')– termenul $\operatorname{div} \vec{D}$ se poate înlocui prin densitatea de volum (locală) a sarcinii electrice q_v , adică: $\operatorname{div} \vec{D} = q_v$.

Primul termen din membrul al doilea al ultimei egalități din (I7) este intensitatea curentului electric de deplasare i_D , definit anterior prin relația (4.9). Se vede că dacă nu ar exista mișcare (adică dacă $\bar{w} = 0$), ceilalți doi termeni din (I7) sunt egali cu zero și –ca urmare– curentul hertzian s-ar reduce la curentul de deplasare.

Cel de-al doilea termen din (I7) se numește *intensitatea curentului electric de convecție* (notat cu i_c) iar ultimul termen se numește, pe scurt, *curent Roentgen teoretic* (notat cu i_{Rt}), care a mai fost menționat până acum în capitolul 1 [v. § 1.3.8, relația (1.83^v)] și chiar comentat.

Termenul:

$$i_c = \oint_{\Sigma} \bar{w} \operatorname{div} \bar{D} \cdot \bar{dA} = \oint_{\Sigma} \bar{w} q_v \cdot \bar{dA}, \quad (4.14)$$

care reprezintă intensitatea curentului electric de convecție, are înțelesul unui curent electric determinat de deplasarea unor particule punctiforme încărcate cu sarcina electrică locală q_v [în C/m³] cu viteza \bar{w} . Aceasta ar fi –în aplicațiile practice– curentul din băile electrolitice, din tuburile cu descărcări în gaze, din tuburile cu vid (de exemplu tuburile chinoscopice) în care particulele sunt electroliți și q_v este sarcina electronului etc. (ionii și electronii sunt considerate corpuri care se deplasează în raport cu mediul conductor cu viteza \bar{w}).

Densitatea curentului electric de convecție (\bar{J}_c) care rezultă din definiția generală $i_c = \oint_{\Sigma} \bar{J}_c \cdot \bar{dA}$, are expresia:

$$\oint_{\Sigma} \bar{J}_c \cdot \bar{dA} = \oint_{\Sigma} \bar{w} q_v \cdot \bar{dA} \Rightarrow \bar{J}_c = \bar{w} \cdot q_v, \quad (4.15)$$

deoarece suprafețele Σ și elementele de suprafață \bar{dA} sunt oarecare. Relația (4.15) arată că densitatea curentului electric de convecție este direct proporțională cu viteza \bar{w} și cu densitatea de volum a sarcinii electrice q_v .

O imagine intuitivă a curentului de convecție este următoarea: un conductor în regim electrocinetic cu un curent de conducție determinat de particulele libere din interior, care se mișcă în raport cu conductorul; dacă acest conductor se deplasează el însuși, „transportând” astfel sarcina electrică a particulelor, are loc și un curent de convecție cu condiția ca în conductor să existe puncte în care $q_v \neq 0$.

Prin urmare, spre deosebire de curentul de conducție, curentul electric de convecție provine din mișcarea de transport a particulelor elementare încărcate electric, datorită mișcării întregului corp (și nu din mișcarea relativă la corp a particulelor ca în cazul curentului electric de conducție).

4.3. Câmpul electric imprimat

Noțiunea de „intensitate a câmpului electric imprimat” a fost definită –ca mărime de material, pe care îl caracterizează din punctul de vedere al electrocineticii, în paragraful 1.2.1 [v. subparagraful „intensitatea câmpului electric în corpuri” și definiția (1.28i)] și paragraful 1.2.3 (v. subparagraful „Câmpul electric imprimat”)–, mai apoi și în paragraful 2.1.1. cu prilejul prezentării condiției de echilibru electrostatic (2.11), în paragraful 2.3.1 (în care câmpul imprimat \bar{E}_i a fost prezentat din punctul de vedere al teoriei microscopice), precum și în paragraful 4.1.1., în legătură cu definirea tensiunii electromotoare prin relațiile (4.3) și (4.3’).

De aceea, în cadrul acestui subcapitol, în paragrafele ce urmează, vor fi prezentate câteva cazuri de producere a câmpului imprimat care și-au găsit aplicații practice (tehnice), cu explicarea cauzelor fizice de apariție a câmpurilor imprimate ce pot fi localizate într-un întreg domeniu spațial („Câmpuri imprimate de volum” – § 4.3.1) sau numai pe anumite suprafețe de

discontinuitate („Câmpuri imprimate de contact –pe interfețe”– § 4.3.2), în forma în care sunt expuse în lucrarea Timotin, A., Hortopan, V. ș.a. (1964).

4.3.1. Câmpuri imprimate de volum

Există mai multe situații în care datorită neomogenității de material (extinsă la întreg volumul corpului), al neuniformității de accelerație (existentă în toate punctele din interiorul unui corp conductor), al neuniformității termice de volum etc., apar forțe de natură (proveniență) neelectrică \vec{F}_{neel} care -exercitându-se asupra particulelor elementare din întreg domeniul ocupat de conductor- determină o repartitie de volum a sarcinii electrice ce reprezintă câmpul imprimat \vec{E}_i , ca funcție de punct: $\vec{E}_i(P)$ sau $\vec{E}_i(\vec{r})$, unde \vec{r} este raza vectoare a punctului $P \in \Omega_c$, în care Ω_c este domeniul ocupat de conductor.

Câmpuri imprimate de accelerație

Rotindu-se un disc metalic (deci dintr-un material conductor, de exemplu din cupru), în jurul axei sale (de exemplu printr-o manivelă și un sistem de multiplicare a turației, cu discuri și curele de transmisie), cu o viteză unghiulară ω [în radiani pe secundă] cât mai mare -așa cum se arată schematic în figura 4.5- atunci electronii liberi din întreg volumul discului, care au o masă m (de la Fizică se știe că $m = 9,02 \cdot 10^{-31}$ kg), sunt supuși unei forțe masice centrifuge (deci de

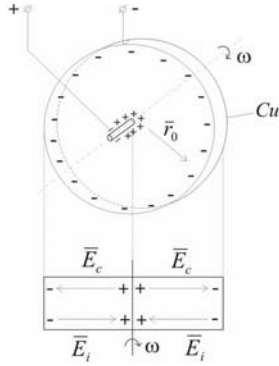


Fig. 4.5

origine neelectrică \vec{F}_{neel}) care-i deplasează la periferia discului. În acest fel, deși global discul este neutru din punctul de vedere electric, se creează o repartitie locală diferită de zero, negativă pe marginea discului (cu $-q_v$ C/m³) și pozitivă în zona centrală a axului, cu $+q_v$ C/m³ (fig. 4.5).

Forța centrifugă (neelectrică) ce se exercită asupra unui electron este dată de relația:

$$\vec{F}_{neel}(\vec{r}) = m\vec{a}_r = m \frac{d^2 l}{dt^2} \vec{r}_0 = m \frac{d^2}{dt^2} (r\alpha) \vec{r}_0 = mr \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \vec{r}_0 = mr\omega^2 \vec{r}_0,$$

în care: $l = r\alpha$ este circumferința la distanța r de axa discului corespunzătoare unui unghi la centru α , $\vec{a}_r = (d^2 l / dt^2) \vec{r}_0$ este accelerația pe direcția razei discului (cu versorul \vec{r}_0) și $\omega = d\alpha / dt$ este viteza unghiulară a discului.

Conform definiției (1.28i), din punctul de vedere electric această forță determină un câmp electric imprimat cu intensitatea:

$$(4.16) \quad \vec{E}_i(\vec{r}) = \frac{\vec{F}_{neel}(\vec{r})}{q_m} = \frac{m}{q_m} r\omega^2 \vec{r}_0 = \frac{9,02 \cdot 10^{-31}}{1,59 \cdot 10^{-19}} r\omega^2 \vec{r}_0 = 5,67 \cdot 10^{-12} r\omega^2 \vec{r}_0,$$

în care $q_m = 1,59 \cdot 10^{-19}$ [C] este sarcina electronului. Această sarcină este însă negativă (adică $q_m = -q_e$), astfel că expresia (4.16) a lui $\vec{E}_i(\vec{r})$ devine:

$$(4.16') \quad \vec{E}_i(\vec{r}) = \frac{\vec{F}_{neel}(\vec{r})}{-q_e} = 5,67 \cdot 10^{-12} r\omega^2 (-\vec{r}_0),$$

câmpul imprimat având orientarea pe direcția razei discului cu sensul de la periferia discului spre centrul (axa) lui (v. Fig. 4.5). Echilibrul electrostatic se atinge când forța electrică \vec{F}_{el} (datorită câmpului coulombian \vec{E}_c , care se produce de la zona centrală devenită pozitivă către cea

periferică încărcată cu sarcină electrică negativă ca efect al forțelor centrifuge ce apar în disc dacă $\omega \neq 0$), compensează forța rezultantă centrifugă (neelectrică):

$$\overline{F}_{el} = \overline{F}_{neel} \Rightarrow q_m \overline{E}_c = -q_e \overline{E}_i \Rightarrow \overline{E}_c = -\overline{E}_i \Leftarrow \forall P \in \Omega_c, \quad (4.16'')$$

ceea ce exprimă condiția (2.11) de echilibru a acestui proces.

Prin urmare, din momentul în care discul este rotit ($\omega \neq 0$), particulele libere sunt puse în mișcare și „refulate” spre marginile discului, ceea ce duce la apariția forței de reacție în câmpul electric \overline{F}_{el} , astfel că până când se stabilește echilibrul electrostatic (4.16''), apare în disc un regim electrocinetic de foarte scurtă durată (caracterizat de un curent electric tranzitoriu). Dacă se realizează două contacte alunecătoare (cu perii ca în figura 4.5), se creează două borne: + (peria ce face contact cu axul) și – (peria ce alunecă pe periferia discului), și se obține un generator de curent continuu, cu condiția ca $\omega = \text{const.}$. În acest caz, condiția (4.16'') devine o ecuație de echilibru dinamic (în regim electrocinetic staționar), iar un eventual rezistor conectat la bornele + – ar disipa energie termică pe baza energiei furnizate de sistemul de acționare (ce va acoperi și pierderile de energie disipată în disc și de frecări: în lagărele axului, ale periilor de contact glisant etc.).

Câmpul imprimat de concentrație

Un astfel de câmp imprimat (numit și de difuzie) se produce în mediile conductoare electrolitice (v. § 1.3.12 din cap. 1 și subcap. 4.5, ce va urma mai încolo) în care există o neomogenitate datorită concentrației electrolitului (mai precis o *neuniformitate a concentrației* electrolitului ca funcție locală, de punct).

În figura 4.6 este reprezentată schița unui mediu electrolitic neomogen: în interiorul unui vas, separat în două cavități printr-un perete poros, se introduce un electrolit cu concentrații net diferite (într-o cavitate față de alta).

În cazul ilustrat în figura 4.6 se poate produce un câmp imprimat prin fenomenul de difuzie (forțele neelectrice fiind datorate în acest caz *presiunii osmotice* – v. Chimiafizică). În zona în care electrolitul este mai concentrat numărul de ioni (v. § 4.5.1) este mai mare, ceea ce face să se producă un proces de difuzie prin peretele poros despărțitor, proces care tinde să egalizeze concentrația. Sub acțiunea forțelor neelectrice medii, datorită neomogenității (situație în care ciocnirile din diferite direcții la care este supusă o particulă elementară – un ion, nu se mai compensează, dând o rezultantă medie), se produce trecerea –prin perete poros– atât a ionilor pozitivi, cât și a celor negativi. Mobilitatea și –ca urmare– viteza de difuzie nu este identică pentru toți ionii și astfel electrolitul dintr-o parte a peretelui se încarcă cu sarcină electrică pozitivă, iar electrolitul din cealaltă parte va avea o densitate de volum a sarcinii electrice negativă.

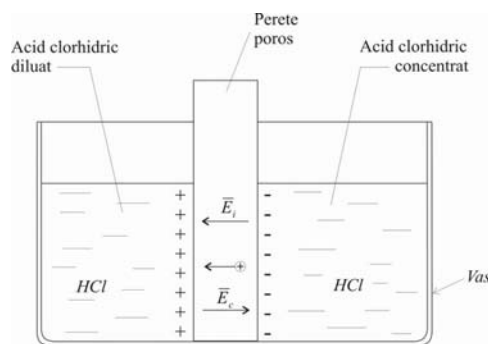


Fig. 4.6

În cazul unei soluții de acid clorhidric ($ClH + H_2O$) –v. fig. 4.6–, care disociază în $ClH \leftrightarrow Cl^- + H^+$, ionii H^+ au o mobilitate mai mare decât ionii Cl^- , ceea ce face ca –în final– să se producă o încărcare cu sarcină electrică pozitivă a soluției diluate și o încărcare electrică negativă a zonei cu soluție concentrată, deoarece spre soluția diluată trec mai mulți ioni H^+ decât cei Cl^- , această repartitie de sarcini electrice fiind pusă pe seama câmpului imprimat \overline{E}_i . În același timp prin această încărcare cu sarcini electrice de semn contrar a electrolitului din cele două cavități, între ele apare și un câmp electric coulombian \overline{E}_c (opusul lui \overline{E}_i), care face ca

difuzia de ioni și -deci- curentul de încărcare să scadă treptat, până la anularea lor atunci când se ajunge la echilibrul electrostatic $\overline{E}_c + \overline{E}_i = 0$ sau $\overline{E}_c = -\overline{E}_i$.

Câmpul imprimat termoelectric de volum

Dacă un corp metalic (de exemplu o bară din cupru, adică din material conductor) este încălzită la capete în mod neuniform asupra electronilor se exercită o forță medie neelectrică, datorită necompensării ciocnirilor dintre particule ca urmare a diferenței de temperatură. Câmpul imprimat, pus pe seama acestei forțe neelectrice medii, adică $\overline{E}_i = \overline{F}_{neel} / -q_e$, este indicat în figura 4.7 având sensul de la capul barei cu temperatură mai mică (T_2) către cel cu temperatură mai mare ($T_1 > T_2$), de care –prin agitația termică crescută– electronii se îndepărtează.

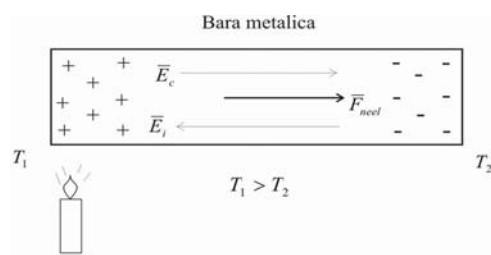


Fig. 4.7

Deplasarea electronilor liberi din zona cu agitație termică mai mare (unde apar forțe de ciocnire medii, neelectrice, mai mari), către cea cu agitație termică mai mică, adică în zona (capul) cu temperatura $T_2 < T_1$, face ca –local– cele două zone să aibă densitățile de volum ale sarcinii electrice de nume contrar, ca efect al câmpului imprimat \overline{E}_i cu sensul de la capul cu sarcină electrică negativă (cel cu $T_2 < T_1$) către celălalt cap (cu temperatura mai mare, încălzit – v. fig. 4.7) care are sarcină electrică pozitivă. Prin această repartitie a sarcinii electrice se produce, între cele două zone, și un câmp electric coulombian \overline{E}_c opus lui \overline{E}_i . În acest fel, la o diferență de temperatură dată $T_2 - T_1 = \text{const.}$, procesul de „exod” al electronilor către zona „rece” are loc până când (foarte rapid) se ajunge la atingerea condiției de echilibru $\overline{E}_c = -\overline{E}_i$ sau $\overline{E}_c + \overline{E}_i = 0$.

4.3.2. Câmpuri imprimate de contact

Aceste câmpuri sunt localizate în stratul de neomogenitate, foarte subțire, care separă două conductoare diferite aflate în contact și de aceea se mai numesc și *câmpuri imprimate pe interfețe*.

Dacă se iau două conductoare diferite 1 și 2, inițial (când sunt separate) neîncărcate cu sarcini electrice, și se pun în contact unul cu altul (fig. 4.8), se va constata apariția unui câmp electric foarte intens în stratul de contact dintre cele două conductoare, pus în evidență experimental de existența unei diferențe de potențial ($V_2 - V_1$) între aceste conductoare.

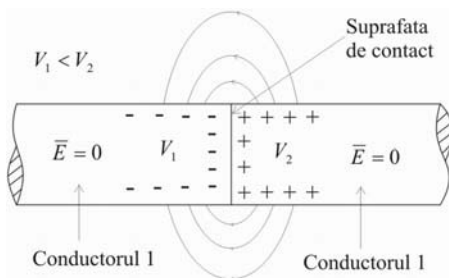


Fig. 4.8

urmă, câmpul electric imprimat corespunzător forței de ciocnire rezultante-medii este foarte intens, se localizează într-un domeniu plat foarte îngust (subțire) și determină o tensiune electromotoare între cele două conductoare în contact dată de relația de definiție (4.3'), adică:

$$(4.17) \quad e_{12} = \int_{1 \rightarrow 2}^D \overline{E}_i \cdot d\overline{l},$$

numită *tensiune imprimată de contact*.

În momentul realizării contactului, electronii liberi din conductorii metalici –supuși acțiunii forțelor neelctrice– trec dintr-un conductor în celălalt; această separare a sarcinilor electrice determină apariția unui câmp electric (coulombian) \vec{E}_c care oprește continuarea trecerii electronilor , așa cum se arată în figura 4.9.

Prin apariția câmpului electric \vec{E}_c , a cărui intensitate crește până la stabilirea condiției de echilibru (4.16''), rezultând (la $\vec{E}_c = -\vec{E}_i$):

$$e_{12} = \int_{1 \rightarrow 2} \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = - \int_{1 \rightarrow 2} \vec{E}_c \cdot d\vec{l} = -U_{12} = U_{21} = V_2 - V_1. \quad (4.17')$$

La trecerea prin „stratul” de contact dintre două conductoare se întâlnește, deci, un „prag”, adică o diferență de potențial egală și de sens contrar cu tensiunea electromotoare de contact (4.17). Aceste diferențe de potențial (4.17') se numesc *tensiuni de contact* sau *potențiale de contact*.

Câmpuri imprimate voltaice

Câmpurile imprimate de contact care se produc la contactul a două metale diferite ce se găsesc la aceeași temperatură și nu sunt supuse acțiunii vreunui agent extern (radiații, deformații mecanice etc.) se numesc câmpuri imprimate voltaice și se datoresc unui fenomen fizic natural numit efectul Volta.

Tensiunea de contact $u_{12} = -e_{12}$, care apare în cazul efectului Volta se numește *tensiune voltaică*. Valoarea ei depinde numai de natura celor două metale aflate în contact și de temperatură. Astfel, *conductorii metalici* (conductori de specia întâi, care nu suferă transformări chimice când sunt în stare electrocinetică) se pot aranja într-un șir ordonat în așa fel încât orice conductor în contact cu cel ce urmează în șir se încarcă negativ, iar în contact cu cel ce îl precede se încarcă pozitiv. Această înșiruire ordonată de elemente chimice metalice, poartă numele de *seria voltaică*, un exemplu cu câțive termeni ai acestei serii fiind: (+) Al, Zn, Sn, Cd, Pb, Sb, Bi, Hg, Fe, Cu, Ag, Au, Pt, Pd, (-).

Pentru câmpurile imprimate voltaice s-a stabilit experimental o lege de material, denumită *legea câmpurilor imprimate voltaice*, care se exprimă prin relația:

$$\oint_{\Gamma} \vec{E}_{iv} \cdot d\vec{l} = 0 \Leftarrow \forall \Gamma \subset \Omega_{cm} \quad (4.18)$$

unde \vec{E}_{iv} reprezintă intensitatea câmpului imprimat voltaic și care arată că t.e.m. a acestui câmp este nulă de-a lungul oricărui contur închis Γ dus prin conductorii metalici (Ω_{cm}) aflați la aceeași temperatură și fără să fie supuși vreunei acțiuni fizice din exterior.

Astfel , dacă există un lanț închis de n corpuri metalice (conductoare) diferite, suma t.e.m. a câmpurilor voltaice dintre perechile de conductoare în contact de-a lungul întregului lanț este –conform legii (4.18)– egală cu zero:

$$e_{12} + e_{23} + \dots + e_{n-1,n} + e_{n1} = 0. \quad (4.18')$$

Ca urmare a relațiilor (4.18) rezultă faptul că într-un lanț închis de conductoare metalice diferite, aflate la aceeași temperatură, fără influențe fizice exterioare (radieri, deformații, flux magnetic variabil în timp etc.) și imobile, nu se poate obține o stare electrocinetică (un curent electric de conducție), tensiunile electromotoare de contur fiind nule în acest caz, pe orice drum închis $\Gamma \subset \Omega_{cm}$.

Legea (4.18) este o consecință directă a celui de-al doilea principiu al termodinamicii, principiu care exprimă imposibilitatea de a se produce lucru mecanic în procese ciclice pe seama

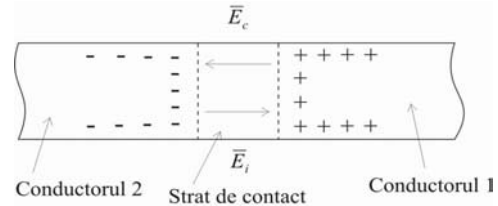


Fig. 4.9

căldurii unei surse (corpuri) de temperatură invariabilă (așa cum este temperatura ambiantă în cazul câmpurilor imprimate voltaice).

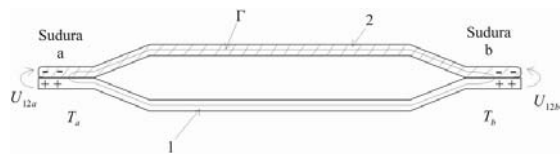


Fig. 4.10

Totuși, pentru a se produce tensiuni electromotoare ale câmpurilor imprimate de contact există cel puțin următoarele posibilități:

- realizarea (din exterior) a unei temperaturi neuniforme a conductorilor metalici în contact (efectul Seebeck);
- introducerea, în lanțul închis de conductoare metalice, și a cel puțin unui conductor electrolitic (de specia a doua), în care se produc efecte electrochimice (transformarea energiei reacțiilor chimice în energie electro-magnetică);
- exercitarea unor acțiuni fizico-mecanice din exterior ca –de exemplu– iradierea luminoasă a corpului conductor și/sau semiconductor (efectul fotoelectric).

Câmpuri imprimate termoelectrice de contact

Sunt câmpuri imprimate produse prin fenomenul natural denumit *efect Seebeck* care se produce dacă se formează un circuit conductor închis prin *sudarea la capete a două conductoare din metale diferite* (de exemplu: aliajul constantan cu fier) și se încălzesc aceste suduri astfel încât ele să se afle la temperaturi diferite, de exemplu $T_a > T_b$ (fig. 4.10).

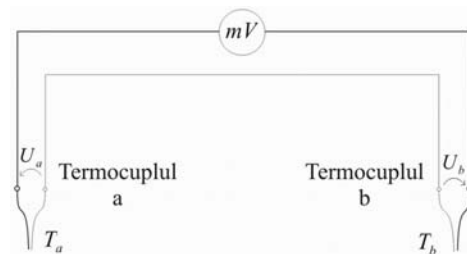


Fig. 4.11

Un astfel de sistem, mai precis două conductoare metalice diferite sudate la un capăt și libere la celălalt, poartă denumirea de *cuplu termoelectric* sau *termocuplu*. În figurile 4.10 și 4.11 sunt reprezentate, de fapt, două termocuple (*a* și *b*) conectate în serie. În acest caz, în circuitul lor se produce un regim electrocinetic (staționar dacă diferența de temperaturi, $T_a - T_b$, se menține constantă în timp), regim caracterizat de un curent electric de conducție.

În cazul lanțului închis de două termocuple din figura 4.10, tensiunile electromotoare ale câmpurilor imprimate de contact care apar în cele două suduri sunt diferite astfel încât, de-a lungul unui contur Γ închis prin interiorul celor două conductoare, se obține o t.e.m. de contur diferită de zero:

$$e_{\Gamma} = \oint_{\Gamma} \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = \oint_{\Gamma_a:1 \rightarrow 2} \vec{E}_i \cdot d\vec{l} + \oint_{\Gamma_b:2 \rightarrow 1} \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = e_{12}(T_a) + e_{21}(T_b) \neq 0 \quad \Leftrightarrow T_a \neq T_b$$

sau:

$$(4.19) \quad e_{\Gamma} = e_{21}(T_b) - e_{21}(T_a) = U_{12b} - U_{12a} \neq 0 \quad \Leftrightarrow T_a \neq T_b.$$

Aplicațiile clasice ale termocuplelor sunt întâlnite la alimentarea, ca sursă electrică de curent continuu a aparatelor electronice portabile folosite în situații mai aparte (de exemplu un receptor de televiziune al unei expediții restrânse -pe munți înalți, pe banchize de gheață, pe plute în delte și fluvii etc.- încălzirea făcându-se de la un opaiț (!) având drept combustibil grăsime animală, ce poate fi procurată chiar de la fața locului) și -mai ales- ca traductoare de temperatură, în special pentru urmărirea centralizată (de la tablouri din stații de dispecer sau prin fișiere menținute la zi de sisteme de calcul care preiau tensiunile electrice de la termocuple prin plăci de achiziție a datelor).

În figura 4.11 este reprezentată schema unui caz simplu de măsurare a temperaturii $T_a - T_b$ printr-un termocuplu și un voltmetru ce indică tensiunea $U_b - U_a$, tensiune care –practic (într-un interval de tensiune precizat)– este proporțională liniar cu diferența de temperatură.

În tabelul 4.1 sunt prezentate t.e.m. produse de *traductoarele termoelectrice* (cu termocuplu) de tip clasic.

Tabelul 4.1

Traductoare termoelectrice clasice		
Termocuplu	Gama de temperatură	Tensiunea electrocinetică produsă pentru $T_a - T_b = 100^\circ C$ [mV]
Constantan – cupru	$-200^\circ C \dots 350^\circ C$	5
Constantan – cromnichel	$-200^\circ C \dots 900^\circ C$	6,2
Constantan – fier	$-200^\circ C \dots 800^\circ C$	5,1
Nichel – cromnichel	$-200^\circ C \dots 800^\circ C$	4,1
Platin – platinrodium*	$300^\circ C \dots 1000^\circ C$	0,9
Iridiu – iridiurodiu	$600^\circ C \dots 1600^\circ C$	0,5
Wolfram- wolframolibden	$600^\circ C \dots 1600^\circ C$	0,3
	$\dots 2400^\circ C$	
	$\dots 3000^\circ C$	

*Termocuplul $Pt - Pt_{90}Rh_{10}$, cu gama 0 la $1700^\circ C$ este cel mai stabil termocuplu și de aceea a fost utilizat la stabilirea scării internaționale de temperatură între $630,5^\circ C$ și $1063^\circ C$.

Câmpuri imprimate galvanice

Se produc în lanțul de conductoare formate din:

- două conductoare metalice diferite (în figura 4.12 s-a considerat exemplul: zinc și cupru – conductoarele metalice 1 și 2);
- un conductor electrolitic (în figura 4.12 s-a considerat exemplul: soluție apoasă, diluată, de acid sulfuric – electrolitul 3).

Exemplul din figura 4.12, cu doi conductori metalici (de specia I) 1 și 2 și un al treilea – electrolitul 3- un conductor de specia a II-a (în care se produc reacții chimice), poartă numele generic de *element galvanic* sau *pilă galvanică* sau pilă electrică. În astfel de elemente se produc câmpuri imprimate de contact (pe interfețe) denumite *câmpuri imprimate galvanice*, denumire generică pentru orice câmp imprimat produs la contactul dintre un metal (adică un conductor de specia I) și un electrolit (conductor de specia a II - a).

Dacă bornele pilei galvanice sunt conectate printr-un al patrulea conductor (4), se produce în întreg sistemul o stare electrocinetică datorită faptului că în acest caz t.e.m de contur (de-a lungul unei curbe închise Γ , ce trece prin conductoarele 1,2,3,4 și bornele + -) este diferită de zero:

$$e_\Gamma = \oint_\Gamma \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = e_{13} + e_{32} + e_{2-4-1} \neq 0.$$

Ultimul termen: $e_{2-4-1} = e_{24} + e_{41}$ reprezintă t.e.m de contact voltaic (între conductoare de specia I, cu temperatură uniformă) care îndeplinește condiția: $e_{24} + e_{41} = e_{21}$ și atunci expresia t.e.m de contur e_Γ precedentă devine:

$$e_\Gamma = e_{13} + e_{32} + e_{21}$$

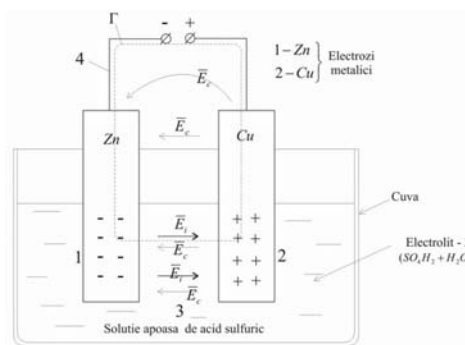


Fig. 4.12

și reprezintă t.e.m. a elementului galvanic, ea fiind și $U_{+-} \Leftarrow i = 0$, adică tensiunea la bornele + – ale pilei la așa-zisul mers în gol (v. subcap. 4.4), adică atunci când curentul electric prin pila galvanică este zero.

Într-o primă formă, simplificată, producerea tensiunii de contact galvanic poate fi explicată prin raportul care se creează, în cazul introducerii unui corp metalic într-o soluție (electrolit) în care existau (în prealabil) ioni ai metalului, între presiunea de dizolvare și presiunea osmotică, ce apar în acest caz. În legătură cu acest raport pot exista, evident, două situații:

1°. *presiunea de dizolvare a metalului, p_d , care exprimă cantitativ fenomenul natural de a trimite în soluție ioni pozitivi, este mai mare decât presiunea osmotică, p_o* (de difuzie în metal a ionilor metalului aflat în electrolit). Această diferență se traduce prin forțe locale (neelectrice) ce se exercită asupra ionilor care produc un câmp imprimat. În cazul acesta (în care $p_d > p_o$), ionii pozitivi părăsesc metalul, care rămâne încărcat negativ, iar soluția se încarcă pozitiv. Ca urmare se stabilește și un câmp electric coulombian \vec{E}_c în stratul de contact, cu sensul spre metal care, contrar lui \vec{E}_i – conform ecuației de echilibru (4.16'') – se opune continuării trecerii ionilor pozitivi în soluție. Acest caz este ilustrat schematic în figura 4.13, unde s-a considerat un electrod metalic de zinc introdus într-un electrolit format din soluție de sulfat de zinc;

2°. *presiunea de dizolvare a metalului este mai mică decât presiunea osmotică a ionilor metalului din electrolit*. Un astfel de caz se întâmplă, de exemplu, la introducerea unei bare de cupru într-un electrolit format din soluție de sulfat de cupru (fig. 4.14). În această situație metalul se încarcă cu sarcină electrică pozitivă, iar soluția (electrolitul) devine electric negativă prin trecerea ionilor pozitivi de cupru (Cu^+) din soluție în metal.

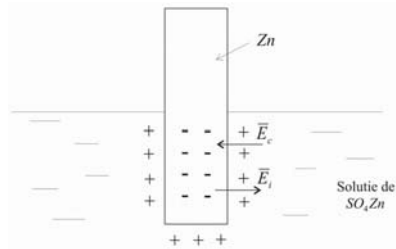


Fig. 4.13

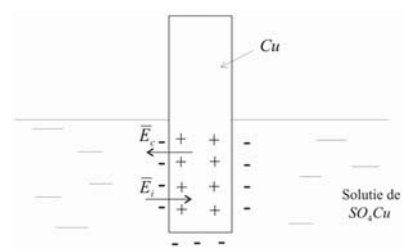


Fig. 4.14

O pilă galvanică este formată, în general, dintr-un vas împărțit în două compartimente printr-un perete poros; fiecare compartiment conține câte un electrod metalic diferit și un electrolit cu ioni pozitivi de-ai metalului, în care este afundat electrodul (v. exemplul din § 4.6.3).

În prezent, pilele galvanice (sub forme constructive și denumiri extrem de diverse) sunt mult utilizate ca surse electrice de curent continuu pentru alimentarea aparaturii electronice portabile și în multe alte cazuri (v. § 4.6.3): autovehicule, alimentare electrică de rezervă etc.

Câmpuri imprimate fotovoltaice

Se bazează pe fenomenul fotoelectric (v. Fizica), ca efect fotoelectric intern într-un strat de baraj, prin care se produc câmpuri imprimate la suprafața de separație dintre un semiconductor și un metal sau la suprafața de separație dintre două semiconductoare de tipuri diferite (o joncțiune pn) sub acțiunea energiei luminoase a unui flux de lumină ce iradiază suprafața. Câmpul imprimat în astfel de cazuri se numește *câmp imprimat fotovoltaic*.

Energia luminoasă (a fotonilor incidenti) este transmisă, prin stratul de baraj, electronilor din metal, însă deoarece stratul de separație semiconductor are proprietăți de conductibilitate unidirecționale, electronii trec mai ușor într-un sens decât în celălalt. Această

disimetrie este echivalentă existenței unor forțe neelectrice medii necompensate în cele două sensuri, adică unui câmp imprimat (numit în acest caz fotovoltaic).

În prezent, efectul fotoelectric și fotoelementele (bazate pe câmpul imprimat fotovoltaic) cunosc numeroase și importante aplicații tehnice (v. § 4.6.4), ca de exemplu bateriile solare (utilizate la alimentarea cu energie electrică a sateliților artificiali sau a automobilelor nepoluante – aflate încă în stadiu de experiment sau „hobby”) și fotoelementele de tip dispozitiv optoelectronic utilizate în circuitele electronice ale unor sisteme de automatizare. În paragraful § 4.6.4 vor fi prezentate două tipuri distincte de fotoelemente (un traductor fotovoltaic cu strat de baraj și un fotoelement utilizat ca dispozitiv optoelectronic).

4.3.3. Efectele energetice ale câmpului imprimat

După cum se știe (v. § 1.3.11), în regim electrocinetic (cu $\bar{J} \neq 0$), în conductoare se produc transformări de energie care –local– se exprimă prin legea (1.103''), adică $p = \bar{E} \cdot \bar{J}$, care determină densitatea de volum a puterii transformate în conductori [în W/m³] în funcție de valorile din punctul considerat al vectorilor intensitatea câmpului electric \bar{E} [în V/m] și densitatea curentului electric de conducție \bar{J} [în A/m²].

În cazul general al conductorilor neomogeni și cu neuniformități (de accelerație, temperatură, concentrație, tensiuni mecanice, iradierii etc.), adică în prezența unui câmp imprimat cu intensitatea locală \bar{E}_i , câmpul electric din punctele mediului conductor are structura (1.28E) și anume: $\bar{E} = \bar{E}_c + \bar{E}_i$, astfel că forma locală a legii transformării de energie devine: $p = (\bar{E}_c + \bar{E}_i) \cdot \bar{J}$ și ținându-se seama și de legea conducției electrice sub forma ei locală (1.95): $\bar{E}_c = \rho \bar{J}$, rezultă că densitatea de volum a puterii ce se transformă local în conductori are și expresia:

$$p = \bar{E} \cdot \bar{J} = (\bar{E}_c + \bar{E}_i) \cdot \bar{J} = \bar{E}_c \bar{J} + \bar{E}_i \bar{J} = \rho \bar{J} \cdot \bar{J} + \bar{E}_i \bar{J} = \rho J^2 + \bar{E}_i \bar{J}.$$

Prin urmare, așa cum s-a mai arătat în paragraful 1.3.11, densitatea de volum a puterii ce se transformă în conductori are doi termeni (două componente): unul ρJ^2 (care este întotdeauna pozitiv, deoarece $J^2 > 0$ dacă $\bar{J} \neq 0$) reprezentând densitatea de volum a puterii disipate în conductori sub formă de căldură și altul $\bar{E}_i \cdot \bar{J}$ (care, datorită faptului că $\bar{E}_i = -\bar{E}_c$, are semnul minus față de termenul ρJ^2) reprezentând efectul energetic (sub forma densității de volum a puterii) al câmpului electric imprimat. Deoarece câmpul imprimat este specific surselor electrice (generatoarelor), acest termen se notează uneori cu $p_g = \bar{E}_i \cdot \bar{J}$ și în relația precedentă apare cu semnul minus.

Disipația *irreversibilă* locală de putere ρJ^2 se face pe seama puterii locale a câmpului electromagnetic care „pierde” această putere (indiferent de sensul vectorului \bar{J}) ce se transformă în putere calorică, cedată mediului ambiant. De aceea, această dezvoltare de căldură este caracteristică stării electrocinetice a conductorilor (dacă nu sunt în starea limită de supraconductibilitate, când $\rho = 0$ și atunci implicit $\rho J^2 = 0$, stare ce nu poate exista în mod obișnuit) și poartă numele de *efectul termic (irreversibil) al electrocineticii*, sau *efectul electrocaloric* sau *efectul Joule*.

Componenta $p_g = \bar{E}_i \cdot \bar{J}$, care se comentează în acest paragraf, poate fi pozitivă sau negativă ($\bar{E}_i \cdot \bar{J} > 0$) ea reprezentând densitatea de volum a puterii cedate de sursele de câmp

electric imprimat și primită de câmpul electromagnetic. Interpretarea fizică a sensului schimbului de putere sursă \rightleftharpoons câmp este dată de semnul expresiei $\overline{E}_i \cdot \overline{J}$, precum urmează:

- dacă vectorii \overline{E}_i și \overline{J} au același sens și deci produsul lor scalar este strict pozitiv ($\overline{E}_i \cdot \overline{J} > 0$) puterea $p_g = \overline{E}_i \cdot \overline{J}$ este efectiv cedată de sursă și primită (asimilată) de câmpul electromagnetic. Acest proces are loc în orice pilă electrică care întreține starea electrocinetică, producând energie electromagnetică din energia chimică interioară (ce se dezvoltă în sursă);

- dacă vectorii \overline{E}_i și \overline{J} au sensuri opuse, atunci $p_g < 0$ și această putere este primită efectiv de sursă, căreia îi este cedată (transferată) de câmpul electromagnetic. O astfel de situație se întâmplă –de exemplu– la încărcarea unui acumulator electric (v. § 4.6.3), când energia electromagnetică este transformată în energie interioară de legătură chimică (transformări chimice) din acumulator.

În funcție de natura câmpului imprimat \overline{E}_i , care determină producerea transformării de energie din conductori cu densitatea de volum a puterii p_g , există mai multe situații, considerate ca efecte energetice ale electrocineticii asociate câmpului imprimat, prezentate pe scurt în continuare.

Efectul electrochimic. El se produce atunci când \overline{E}_i este de natură galvanică, caz în care p_g este densitatea de volum a puterii care corespunde transformării energiei chimice în energie electromagnetică (când $p_g > 0$) sau invers (atunci când $p_g < 0$).

Efectul Peltier. Are loc atunci când câmpul imprimat este de natură voltaică (\overline{E}_{iv}), corespunzător efectului termoelectric de contact. În acest caz este p_g densitatea de volum a puterii calorice transformată reversibil în putere electromagnetică, atunci când $p_g > 0$ la sudura caldă a unui termocuplu ce debitează energie electrică. Are loc și o transformare inversă (când $p_g < 0$) la sudura rece a cuplului termoelectric aflat în regim electrocinetic.

Efectul Thomson. Dacă \overline{E}_i este un câmp imprimat termoelectric de volum (v. fig. 4.7 din § 4.3.1), atunci $\overline{E}_i \cdot \overline{J} > 0$ este densitatea de volum a puterii calorice transformată reversibil în putere electromagnetică sau invers (dacă $\overline{E}_i \cdot \overline{J} < 0$).

După cum se constată, aceste efecte sunt reversibile, întotdeauna în cazul efectelor electrocalorice (Peltier și Thomson) și numai în cazul acumulatorilor (v. § 4.6.2) în cazul efectului electrochimic.

4.4. Câmpul electrocinetic staționar

Considerându-se noțiunile de câmp în accepțiunea sa matematică (v. § 1.1.2), se definește *câmpul electrocinetic staționar* ca fiind mulțimea mărimilor de stare electrică locală dintr-un domeniu cu mediu conductor Ω_c :

- a corpurilor conductoare: q_v (scalarul *densității de volum a sarcinii electrice*) și \overline{J} (vectorul *densității curentului electric de conducție*) care satisfac condițiile $\exists P \in \Omega_c \Rightarrow \overline{J}(P) \neq 0$, $dq_v(P)/dt \neq 0$ în $\forall P \in \Omega_c$ și $\overline{J}(t) = \text{const.}$;

- a câmpului electromagnetic, sub aspectul stării electrocinetice: \overline{E} (vectorul *intensității câmpului electric*) cu structura $\overline{E} = \overline{E}_c + \overline{E}_i + \overline{E}_s$, în care $\exists P \in \Omega_c$ unde $\overline{E}_i(P) = \text{const.} \neq 0$ și $\overline{E}_s(P) = 0$ în $\forall P \in \Omega_c$, cu $\text{rot } \overline{E}_i(P) = 0$ în $\forall P \in \Omega_c$ și V (scalarul *potențialului electric staționar*), care satisface teorema expusă la paragraful 4.4.1, între aceste două mărimi de stare existând

relația $\bar{E} = -\text{grad } V$, iar produsul scalar dintre \bar{E} și \bar{J} (ce exprimă densitatea de volum a puterii transformate în conductori) este $\bar{E} \cdot \bar{J} = \text{const.} \neq 0 \Leftarrow \exists P \in \Omega_c$, precum și $\bar{E}(t) = \text{const.}$ și $V(t) = \text{const.}$

Dacă se consideră un sistem de corpuri (conductoare) aflate în stare electrocinetică (v. § 1.2.1, aliniatul „Starea electrocinetică”), pusă în evidență prin efecte electrocinetice (v. § 1.2.1, pasajul „efecte electrocinetice”), atunci *regimul staționar al stării electrocinetice (regimul electrocinetic staționar) se numește regimul acelei stări electrocinetice caracterizate prin mărimi de stare constante în timp și efecte electrocinetice invariabile în timp.*

Pe baza acestei definiții se deduc –din legile teoriei macroscopice a câmpului electromagnetic (v. subcap. 1.3 și § 4.1.1)– următoarele **relații fundamentale ce descriu (modelează) regimul electrocinetic staționar**:

- *teorema potențialului electric staționar* (v. § 4.1.1) și anume:

$$\oint_{\Gamma} \bar{E} \cdot d\bar{l} = 0 \Leftarrow \forall \Gamma \subset \Omega_c \quad (4.20)$$

pentru un contur închis Γ sau:

$$\text{rot } \bar{E} = 0 \Leftarrow \forall P \in \Omega_c, \quad (4.20')$$

care rezultă din legea inducției electromagnetice (v. § 1.3.7);

- *teorema curentului electric de conducție staționar*:

$$\bar{J} = \gamma (\bar{E}_c + \bar{E}_i), \text{ cu precizarea } \bar{J}(t) = \text{const.},$$

conform legii locale (1.95) a conducției electrice;

- *teorema continuității liniilor de curent* (v. § 4.4.2) și anume:

$$i_{\Sigma} = -\frac{dq_{\Sigma}}{dt} = 0 \Leftarrow \forall \Sigma \subset \Omega_c \cup \Omega_d,$$

care rezultă –în condițiile regimului electrocinetic **staționar**– din legea conservării sarcinii electrice (v. § 1.3.9), unde i_{Σ} este intensitatea curentului electric de conducție printr-o suprafață închisă oarecare din conductoare (Ω_c) și dielectrici Ω_d . Această relație, care se mai poate scrie și sub forma:

$$i_{\Sigma} = \oint_{\Sigma} \bar{J} \cdot d\bar{A} = \oint_{v_{\Sigma}} \text{div } \bar{J} dv = 0,$$

arată că:

$$\text{div } \bar{J} = 0 \Leftarrow \forall P \in \Omega_c,$$

adică, în orice punct din domeniul conductor, în regim electrocinetic staționar, $\nabla \cdot \bar{J} = 0$ (divergența densității curentului electric de conducție este nulă peste tot).

4.4.1. Teorema potențialului electric staționar

În condițiile particulare ale regimului electrocinetic staționar, caracterizat –după cum s-a precizat la începutul acestui subcapitol– prin:

$$\bar{J} \neq 0, \quad \bar{J}(t) = \text{const.}, \quad \bar{E} = \bar{E}_c + \bar{E}_i \neq 0 \quad \text{și} \quad \oint_{\Gamma} \bar{E}_c \cdot d\bar{l} = 0 \quad (4.20)$$

cu tot caracterul nestatic al acestui regim (deoarece $\bar{J} \neq 0$ și, ca urmare $i = \oint_{\Sigma} \bar{J} \cdot d\bar{A} \neq 0$),

experiența arată că în orice situație, orice **sistem electrocinetic staționar, numit și de curent continuu** (pentru că $\bar{J}(t) = \text{const.}$ și, implicit, $i(t) = \text{const.} = I$), având conductoare imobile, se menține caracterul potențial (4.20') al intensității câmpului electric (prin $\text{rot } \bar{E}_c = 0$).

Atunci, se poate formula *teorema potențialului electric staționar* sub forma: tensiunea electromotoare a câmpului electric \bar{E} , adică integrala curbilinie pe o curbă închisă Γ a vectorului intensitatea câmpului electric (cu condiția ca $\bar{E}_i(P) = 0$ în $\forall P \in \Gamma$) este întotdeauna nulă:

$$(4.20) \quad \oint_{\Gamma} \bar{E} \cdot d\bar{l} = 0 \quad \Leftarrow \quad \forall \Gamma \subset \Omega_c \quad \text{cu} \quad \bar{E}_i(P) = 0 \quad \text{în} \quad \forall P \in \Gamma.$$

Prin urmare, câmpul electric în regim electrocinetic staționar are aceleași proprietăți ca și câmpul electric coulombian și va fi notat și în acest capitol cu \bar{E}_c .

Tensiunile electromotoare din câmpurile electrice staționare și din conductoarele imobile (care au $\bar{E}_s = 0$), rezultă –din teorema (4.20) și relația (1.28E)– că *provine exclusiv din câmpurile electrice imprimate*. Într-adevăr, conform definiției (4.3), t.e.m. de-a lungul unui contur Γ_c dintr-un conductor în stare electrocinetică staționară, este:

$$e = \oint_{\Gamma_c}^D (\bar{E}_c + \bar{E}_i) \cdot d\bar{l} = \oint_{\Gamma_c} \bar{E}_c \cdot d\bar{l} + \oint_{\Gamma_c} \bar{E}_i \cdot d\bar{l} = 0 + \oint_{\Gamma_c} \bar{E}_i \cdot d\bar{l} = \oint_{\Gamma_c} \bar{E}_i \cdot d\bar{l}.$$

Teorema (4.20), a potențialului electric staționar, are consecințele:

- *în conductoarele aflate în stare electrocinetică staționară tensiunea electrică nu depinde de drum:*

$$(4.21) \quad \oint_{\Gamma: A \rightarrow B} \bar{E}_c \cdot d\bar{l} \stackrel{D}{=} U_{AB} = V_A - V_B \quad \Leftarrow \quad \forall \Gamma \subset \Omega_c;$$

- *se poate defini în fiecare punct P al conductorului aflat în regim electrocinetic staționar un potențial electric scalar:*

$$(4.22) \quad V(P) \stackrel{D}{=} V(P_0) - \oint_{\Gamma: P_0 \rightarrow P} \bar{E}_c \cdot d\bar{l}$$

sau:

$$(4.22') \quad V_P = V_0 - \oint_{\Gamma: 0 \rightarrow P} \bar{E}_c \cdot d\bar{l},$$

unde $V(P_0) \equiv V_0$ este potențialul electric ales ca referință;

- *intensitatea câmpului electric \bar{E}_c derivă din acest potențial:*

$$(4.22'') \quad \bar{E}_c = -\text{grad } V.$$

Deoarece, conform legii (1.95) a conducției electrice, în orice punct al unui conductor aflat în regim electrocinetic (deci și în interiorul lui) există relația $\bar{J} = \gamma (\bar{E}_c + \bar{E}_i)$, atunci –deoarece $\gamma > 0$ și $\bar{J} \neq 0$ – rezultă că și $\bar{E}_c + \bar{E}_i \neq 0$, adică în regim electrocinetic nu mai este valabilă condiția de echilibru electrostatic (2.34). În aceste condiții tensiunea electrică U_{AB} , între două puncte A și B ale unui traseu Γ_c prin conductor sau pe suprafața lui, care se determină cu relația (4.21) este (considerând conductorul pasiv: $\bar{E}_i = 0$ în $\forall P \in \Gamma_c$):

$$U_{AB} \stackrel{D}{=} \oint_{\Gamma_c: A \rightarrow B} \bar{E}_c \cdot d\bar{l} = \oint_{\Gamma_c: A \rightarrow B} \gamma \bar{J} \cdot d\bar{l} \neq 0 \quad \Leftarrow \quad \gamma > 0 \cap \bar{J} \neq 0,$$

ceea ce înseamnă că $U_{AB} = V_A - V_B \neq 0$ și prin urmare $V_A \neq V_B$ în $\forall P \in \Gamma_c$.

Rezultă că în regim electrocinetic staționar (cu $\bar{J} \neq 0$) volumul conductoarelor și suprafețelor ce le delimitează nu sunt echipotențiale. Ca urmare, deoarece $\bar{E} = -\text{grad } V$, vectorul intensității câmpului electric nu este normal pe suprafața laterală a conductorului pentru că această suprafață nu este echipotențială, ci –în lungul ei– se produce o cădere de potențial ΔV (fig. 4.15).

Aceeași concluzie rezultă și dacă se pleacă de la relația (4.20'), și anume $\text{rot} \vec{E} = 0$, care implică conservarea componentelor tangențiale ale câmpului electric pe suprafața de discontinuitate dintre conductor și dielectric (v. § 2.4.2), care arată că în cazul din figura 4.15 componenta $\vec{E}_t \neq 0$ și deci liniile de câmp sunt înclinate față de normala \vec{n} la suprafața conductorului aflat în regim electrocinetic.

4.4.2. Teorema continuității liniilor de curent

Deoarece în regim electrocinetic staționar sarcina electrică q este constantă în timp (ca și densitatea ei de volum $q_v = \text{const.}$) rezultă că

$dq/dt = 0$ (ca și $dq_v/dt = 0$), ceea ce face ca –în cazul sistemelor aflate în regim electrocinetic staționar, cu domeniul Ω – legea generală a conservării sarcinii electrice (v. § 1.3.9), adică

$i_\Sigma = -dq_\Sigma/dt$, sub forma globală (pentru orice suprafață închisă Σ cuprinsă în Ω) sau $\text{div} \vec{J} = -dq_v/dt$ sub forma locală (pentru orice punct P al lui Ω), să ia formele particulare:

$$I_\Sigma = 0 \quad \text{sau} \quad \oint_{\Sigma} \vec{J} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \Leftarrow \quad \forall \Sigma \subset \Omega \quad (4.23)$$

și local:

$$\text{div} \vec{J}(P) = 0 \quad \Leftarrow \quad \forall P \in \Omega \quad (4.23')$$

Relațiile (4.23) și (4.23') sunt forme ale *teoremei continuității liniilor de curent* (ca axe ale unor tuburi cilindrice în lungul conductorilor prin care fluxul densității de curent, adică intensitatea curentului I , este egal cu unitatea). Forma (4.23), în care sensul de referință al lui $I_\Sigma = \oint_{\Sigma} \vec{J} \cdot d\vec{A}$ este sensul versorului normalei la suprafața închisă Σ , arată că: intensitatea

curentului continuu (notat aici cu litera I) prin orice suprafață închisă Σ , din domeniul în conducție considerat, este întotdeauna nul ($I_\Sigma = 0$), ceea ce înseamnă că *liniile de curent continuu sunt linii închise* (fapt exprimat și local de $\text{div} \vec{J} = 0$).

Consecințe ale acestei teoreme sunt următoarele:

- curentul continuu (de conducție) are aceeași intensitate de-a lungul unui tub de curent, mai precis de-a lungul unui conductor electric:

$$\int_{A_1} \vec{J} \cdot d\vec{A} = \int_{A_2} \vec{J} \cdot d\vec{A} = \dots = \int_{A_n} \vec{J} \cdot d\vec{A}, \quad (4.24)$$

unde $A_k, k = 1, 2, \dots, n$, sunt ariile unor secțiuni duse prin conductor.

Într-adevăr, dacă se consideră un tub de linii de curent (așa ca în figura 4.16), se aplică teorema (4.23) suprafeței Σ formată din suprafețele frontale Σ_1, Σ_2 și suprafața laterală Σ_l (astfel că $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2 \cup \Sigma_l$) și se ține seama de faptul că $\int_{\Sigma_l} \vec{J} \cdot d\vec{A} = \int_{\Sigma_l} \vec{J} \cdot \vec{n} dA = 0$, (deoarece

$\vec{J} \cdot \vec{n} = J \cos \pi/2 = 0$) se obține:

$$\int_{\Sigma} \vec{J} \cdot d\vec{A} = \int_{\Sigma_1} \vec{J} \cdot d\vec{A} + \int_{\Sigma_2} \vec{J} \cdot d\vec{A} + \int_{\Sigma_l} \vec{J} \cdot d\vec{A} = \int_{\Sigma_1} \vec{J} \cdot d\vec{A} + \int_{\Sigma_2} \vec{J} \cdot d\vec{A} = 0. \quad (4.24')$$

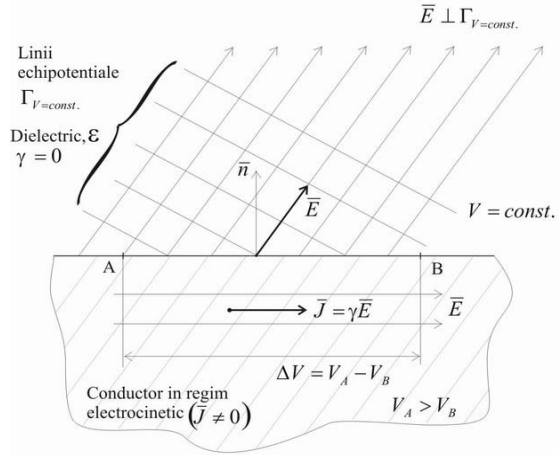


Fig. 4.15

În această ultimă relație, fluxul lui \vec{J} prin Σ este curenul I_Σ , $\int_{\Sigma_1} \vec{J} \cdot \vec{dA} = \int_{\Sigma_1} \vec{J} \cdot \vec{n} dA =$
 $= \int_{\Sigma_1} J \cos \pi dA = - \int_{\Sigma_1} J dA = -I_1$ și $\int_{\Sigma_2} \vec{J} \cdot \vec{dA} = \int_{\Sigma_2} \vec{J} \cdot \vec{n} dA = \int_{\Sigma_2} J \cos 0 dA = + \int_{\Sigma_2} J dA = I_2$ (deoarece
 versorul normalei la suprafețele Σ_1, Σ_2 și Σ_l are sensul spre exteriorul lui Σ – v. fig. 4.16). Cu
 acestea, relația (4.24') devine:

$$(4.24'') \quad I_\Sigma = -I_1 + I_2 = 0 \quad \text{sau} \quad I_1 = I_2,$$

conform relației (4.24). Prin urmare, relația (4.24'') arată că în lungul unui corp conductor fără
 ramificații, aflat în stare electrocinetică staționară, intensitatea curentului electric de conducție
 este aceeași;

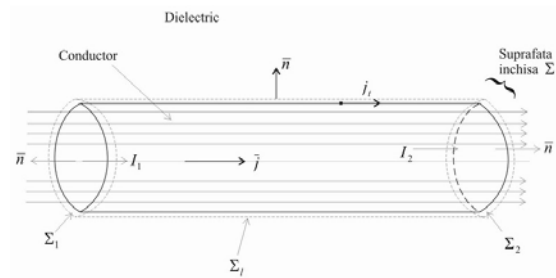


Fig. 4.16

- densitatea de curent este tangențială la
 suprafața unui conductor aflat în stare
 electrocinetică staționară (în curent continuu).
 Aceasta rezultă din faptul că pentru suprafața
 laterală a conductorului Σ_l (v. fig. 4.16) se poate
 scrie:

$$\int_{\Sigma_l} \vec{J} \cdot \vec{dA} = \int_{\Sigma_l} \vec{J} \cdot \vec{n} dA = \int_{\Sigma_l} J \cos \pi/2 dA = 0$$

și ca urmare:

$$(4.25) \quad \vec{J} \cdot \vec{n} = J \cos \pi/2 = J_n = 0 \Rightarrow |\vec{J}| = J_t,$$

unde J_t este componenta tangențială a lui \vec{J} la suprafața laterală a conductorului în stare
 electrocinetică staționară.

Relația (4.25) se poate demonstra aplicând teorema (4.23) unei mici suprafețe cilindrice
 plate închise Σ_{cil} , cu suprafața laterală Σ_{lat} , perpendiculară pe suprafața Σ a conductorului (fig.
 4.17), extrem de înguste (cu $\Delta h \rightarrow 0$), fețele Σ_1 și Σ_2 fiind practic „lipite” de Σ (de-o parte și de
 alta a sa). Astfel, fluxul vectorului \vec{J} prin suprafața $\Sigma_{cil} = \Sigma_1 \cup \Sigma_2 \cup \Sigma_{lat}$, care închide o suprafață
 mică ΔA pe Σ (v. fig. 4.17), este:

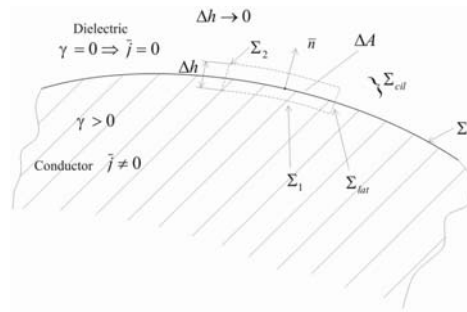


Fig. 4.17

$$I_\Sigma = \oint_{\Sigma_{cil}} \vec{J} \cdot \vec{dA} = \int_{\Sigma_1} \vec{J} \cdot \vec{dA} + \int_{\Sigma_2} \vec{J} \cdot \vec{dA} + \int_{\Sigma_{lat}} \vec{J} \cdot \vec{dA} = \int_{\Sigma_1} \vec{J} \cdot \vec{dA} =$$

$$= \int_{\Sigma_1} \vec{J} \cdot \vec{n} dA = \vec{J} \cdot \vec{n} \int_{\Sigma_1} dA = (\vec{J} \cdot \vec{n}) \Delta A = 0,$$

deoarece:

• suprafața Σ_2 fiind „lipită” de Σ pe partea din
 dielectric are –în toate punctele sale– pe $\vec{J} = 0$ și
 atunci:

$$\int_{\Sigma_2} \vec{J} \cdot \vec{dA} = 0;$$

• suprafața laterală Σ_{lat} fiind extrem de îngustă (la limită $\Delta h \rightarrow 0$) integrala lui \vec{J} „extinsă”
 la o suprafață practic nulă este $\int_{\Sigma_{lat}} \vec{J} \cdot \vec{dA} = 0$;

• rămâne, atunci, numai fluxul prin suprafața Σ_1 „lipită” de Σ pe partea din conductor, a
 cărui integrală se extinde la aria $\Delta A \neq 0$ (v. fig. 4.17), astfel că:

$$\int_{\Sigma_{cil}} \vec{J} \cdot d\vec{A} = \int_{\Sigma_1} \vec{J} \cdot d\vec{A} = (\vec{J} \cdot \vec{n}) \Delta A = 0$$

și deoarece $\Delta A \neq 0$ rezultă implicația $\Delta A \neq 0 \Rightarrow \vec{J} \cdot \vec{n} = 0$ sau $\vec{J} \cdot \vec{n} = J_n = 0$, adică relația ce trebuia demonstrată (4.25). Pentru că $\vec{J} = J_n \vec{n} + J_t \vec{t}$ (unde \vec{t} este versorul tangentei la Σ) rezultă că pe suprafața conductorului în regim electrocinetic, deoarece $J_n = 0$, densitatea de curent este $\vec{J}|_{\Sigma} = J_t \vec{t}$, fiind tangentă la Σ ;

- pe suprafețele de discontinuitate Σ_d (fig. 4.18), dintre doi conductori cu conductivități diferite, *componenta normală a densității de curent se conservă*, adică:

$$J_n|_1 = J_n|_2. \quad (4.26)$$

Scriindu-se fluxul prin suprafața închisă Σ , în formă de cilindru aplatisat, ce închide o arie ΔA pe suprafața de discontinuitate Σ_d (v. fig. 4.18) rezultă:

$$\vec{n}_{21} \cdot \vec{J}_1 \Delta A + \vec{n}_{12} \cdot \vec{J}_2 \Delta A = 0 \text{ și (deoarece } \vec{n}_{21} = -\vec{n}_{12} = \vec{n}) \vec{n} \cdot \vec{J}_1 - \vec{n} \cdot \vec{J}_2 = 0 \Rightarrow J_n|_1 = J_n|_2.$$

În rețelele filiforme de curent continuu (v. subcap. 8.3), teorema continuității liniilor de curent, sub forma (4.23) se aplică în punctele de ramificații ale laturilor (la noduri) și poartă denumirea de teorema întâi a lui Kirchhoff.

În regim electrocinetic nestăionar, cu cât $\vec{E}(t)$ și ca urmare $\vec{J}(t)$ are o viteză de variație în timp mai mare (în regim alternativ, o frecvență de repetiție f mare), intensitatea curentului electric de conducție (prin valoarea sa efectivă – v. subcap. 8.5) poate să varieze în lungul unui conductor filiform, astfel că teorema continuității liniilor de curent nu mai este valabilă, iar relația (4.26) nu se mai poate aplica, fiind înlocuită cu expresia $\vec{n}(\vec{J}_2 - \vec{J}_1) = -dq_A/dt$ (în medii imobile), unde q_A este densitatea de suprafață, în punctele $P \in \Sigma_d$, ale sarcinii electrice.

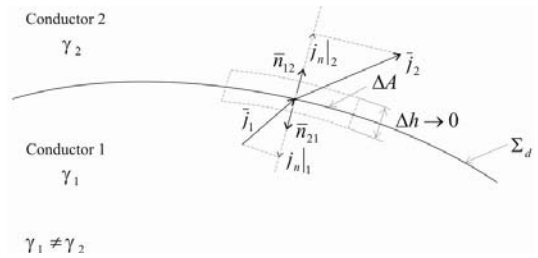


Fig. 4.18

4.4.3. Teorema unicității determinării câmpurilor electrocinetice staționare

Această teoremă se enunță în felul următor: „*câmpul electrocinetic staționar dintr-un mediu conductor Ω_c , a cărui conductivitate $\gamma(P)$ –sau rezistivitate $\rho(P)$ – în $\forall P \in \Omega_c$ este dată, având valori independente de intensitatea câmpului electric \vec{E} pe suprafața ce delimitează conductorul, cât și de densitatea de curent \vec{J} , fiind astfel un mediu liniar, considerat și izotrop, este unic determinat dacă se cunosc:*

- (a) *repartiția câmpului imprimat în Ω_c : $\vec{E}_i(P)$ în $\forall P \in \Omega_c$,*
- (b) *potențialul electric $V(P)$ sau componenta normală $J_n(P)$, a densității de curent pe suprafața ce delimitează conductorul, adică în $\forall P \in \Sigma = \text{Fr}(\Omega_c)$ ”.*

Pentru a se demonstra această teoremă se presupune că în $\forall P \in \Omega_c$ ar exista două soluții diferite, una notată cu indicele 1 și alta cu indicele 2, care satisfac simultan aceleași condiții de unicitate (a) și (b). Dacă se va dovedi că aceste soluții sunt identice, atunci teorema enunțată anterior este adevărată.

De aceea, se va considera că cele două soluții (reprezentate prin mărimile de stare electrocinetică: \vec{J} –densitatea de curent din punctele conductorului și V – potențialul electric staționar din toate punctele domeniului câmpului) au două valori: \vec{J}_1 și \vec{J}_2 , V_1 și V_2 în același punct $P \in \Omega_c$ și se va determina derivata lor în raport cu coordonatele unui sistem de referință,

pentru toate punctele P din Ω_c prin calcularea următoarei integrale de volum (extinsă la volumul v_{Ω_c} ocupat de mediul conductor Ω_c):

$$(TU.1) \quad \int_{v_{\Omega_c}} \nabla \left[(\bar{J}_1 - \bar{J}_2) \cdot (V_1 - V_2) \right] dv .$$

Aplicându-se regulile de derivare ale unui produs de funcții, expresia (TU.1) devine:

$$(TU.2) \quad \begin{aligned} \int_{v_{\Omega_c}} \nabla \left[(\bar{J}_1 - \bar{J}_2) \cdot (V_1 - V_2) \right] dv &= \int_{v_{\Omega_c}} \left[(V_1 - V_2) \nabla \cdot (\bar{J}_1 - \bar{J}_2) + (\bar{J}_1 - \bar{J}_2) \nabla \cdot (V_1 - V_2) \right] dv = \\ &= \int_{v_{\Omega_c}} \left[(V_1 - V_2) \operatorname{div}(\bar{J}_1 - \bar{J}_2) + (\bar{J}_1 - \bar{J}_2) \operatorname{grad}(V_1 - V_2) \right] dv = - \int_{v_{\Omega_c}} (\bar{J}_1 - \bar{J}_2) (\bar{E}_1 - \bar{E}_2) dv = \\ &= - \int_{v_{\Omega_c}} (\bar{J}_1 - \bar{J}_2) \left[(\rho \bar{J}_1 - \bar{E}_{i1}) - (\rho \bar{J}_2 - \bar{E}_{i2}) \right] dv = - \int_{v_{\Omega_c}} \left[\rho (\bar{J}_1 - \bar{J}_2)^2 + (\bar{E}_{i2} - \bar{E}_{i1}) \right] dv = \\ &= - \int_{v_{\Omega_c}} \rho (\bar{J}_1 - \bar{J}_2)^2 dv , \end{aligned}$$

cu justificările:

$$* \quad \nabla (\bar{J}_1 - \bar{J}_2) = \operatorname{div}(\bar{J}_1 - \bar{J}_2) = \operatorname{div} \bar{J}_1 - \operatorname{div} \bar{J}_2 = 0 ,$$

deoarece, conform teoremei (4.23'), $\operatorname{div} \bar{J} = 0$ în regim electrocinetic staționar ;

$$* \quad \begin{aligned} \nabla (V_1 - V_2) &= \operatorname{grad}(V_1 - V_2) = \operatorname{grad} V_1 - \operatorname{grad} V_2 = -\bar{E}_1 - (-\bar{E}_2) = -(\bar{E}_1 - \bar{E}_2) = \\ &= -\left[(\rho \bar{J}_1 - \bar{E}_{i1}) - (\rho \bar{J}_2 - \bar{E}_{i2}) \right] = -\left[\rho (\bar{J}_1 - \bar{J}_2) + (\bar{E}_{i2} - \bar{E}_{i1}) \right] = -\rho (\bar{J}_1 - \bar{J}_2) , \quad \text{pentru că } -\text{în} \\ &\text{conformitate cu condiția de unicitate (a)– câmpul imprimat s-a dat printr-o singură valoare și deci} \\ &(\bar{E}_{i1} - \bar{E}_{i2}) = 0 , \text{ iar conform legii (1.95) a conducției electrice, adică } \bar{E}_C + \bar{E}_i = \rho \bar{J} \text{ rezultă:} \\ &\bar{E} = \rho \bar{J} - \bar{E}_i . \end{aligned}$$

Pe de altă parte, expresia (TU.1) se poate scrie –prin aplicarea formulei (9.20) a lui Gauss-Ostrogradski– și sub forma:

$$(TU.3) \quad \begin{aligned} \int_{v_{\Omega_c}} \nabla \left[(\bar{J}_1 - \bar{J}_2) \cdot (V_1 - V_2) \right] dv &= \int_{v_{\Omega_c}} (V_1 - V_2) \left[\nabla \cdot (\bar{J}_1 - \bar{J}_2) \right] dv = \\ &= \int_{v_{\Omega_c}} (V_1 - V_2) \left[\operatorname{div}(\bar{J}_1 - \bar{J}_2) \right] dv = \int_{\Sigma = \operatorname{Fr} \Omega_c} (V_1 - V_2) (\bar{J}_1 - \bar{J}_2) \cdot \bar{dA} = \\ &= \int_{\Sigma} (V_1 - V_2) (\bar{J}_1 - \bar{J}_2) \cdot \bar{n} dA = \int_{\Sigma} (V_1 - V_2) (\bar{J}_1 \bar{n} - \bar{J}_2 \bar{n}) \cdot \bar{dA} = \int_{\Sigma = \operatorname{Fr} \Omega_c} (V_1 - V_2) (\bar{J}_{n1} - \bar{J}_{n2}) \cdot \bar{dA} = 0 \end{aligned}$$

cu justificarea că \bar{n} fiind versorul normalei la suprafața Σ , $\bar{J}_1 \cdot \bar{n} = J_{n1}$ și $\bar{J}_2 \cdot \bar{n} = J_{n2}$, unde J_{n1} și J_{n2} sunt componentele normale la Σ ale densității de curent care – conform condiției de unicitate (b) sunt date printr-o singură valoare în fiecare punct $P \in \Sigma$, astfel că $J_{n1} - J_{n2} = 0$ și deci expresia (TU.1) este egală cu zero.

Din cele de până acum reiese că expresia (TU.1) are și o altă formă (TU.2) și este și egală cu zero, ceea ce înseamnă că și expresia (TU.2) este de asemenea egală cu zero, adică:

$$- \int_{v_{\Omega_c}} \rho (\bar{J}_1 - \bar{J}_2)^2 dv = 0 \Rightarrow \bar{J}_1 - \bar{J}_2 = 0 , \text{ deci } \bar{J}_1 = \bar{J}_2 \Leftarrow \forall P \in \Omega_c , \text{ deoarece } \rho > 0 .$$

Rezultă că în condițiile de unicitate (a) și (b) în toate punctele domeniului conductor Ω_c se obține o singură valoare a soluției, teorema fiind astfel demonstrată.

4.4.4. Teorema superpoziției câmpurilor electrocinetice staționare

Narativ, această teoremă se formulează în felul următor: „într-un mediu conductor, liniar și izotrop, însumării unor grupuri de condiții de unicitate îi corespunde o soluție egală cu suma soluțiilor date de către fiecare grup de condiții de unicitate „acționând” separat”.

Astfel, fiecărui grup de condiții de unicitate existent separat:

$$\{\bar{E}_{ik}, V_k |_{\Sigma}\}, k=1,2,\dots,n, \quad \text{cu } \Sigma = \text{Fr } \Omega_c,$$

îi corespunde soluția:

$$\bar{E}_k, \bar{J}_k, V_k, k=1,2,\dots,n,$$

iar unei condiții de unicitate egală cu suma grupurilor de condiții de unicitate, adică:

$$\left\{ \sum_{k=1}^n \bar{E}_{ik}, \sum_{k=1}^n V_k |_{\Sigma} \right\}, \quad (C)$$

îi corespunde soluția:

$$\bar{E} = \sum \bar{E}_k, \quad \bar{J} = \sum \bar{J}_k, \quad V = \sum V_k, \quad (S)$$

care este suma soluțiilor determinate de fiecare grup de condiții de unicitate în parte, în același sistem conductor liniar Ω_c .

În fond, această teoremă este consecința faptului că mediul în care se produce regimul electrocinetic staționar este un mediu liniar, care deci permite aplicarea principiului superpoziției, concretizat în modele prin proprietățile de asociativitate, comutativitate și distributivitate.

Condițiile de unicitate ce determină soluțiile (S) sunt:

$$\bar{E}_i = \rho \bar{J} - \bar{E} = \rho \sum_{k=1}^n \bar{J}_k - \sum_{k=1}^n \bar{E}_k = \sum_{k=1}^n (\rho \bar{J}_k - \bar{E}_k) = \sum_{k=1}^n \bar{E}_{ik} \quad (4.27)$$

și

$$V|_{\Sigma} = \left(\sum_{k=1}^n V_k \right)_{\Sigma} = \sum_{k=1}^n V_k |_{\Sigma}$$

adică condițiile, însumate (C).

În acest fel, relațiile (4.27) pot reprezenta un model formal al teoremei superpoziției câmpurilor electrocinetice staționare din medii conductoare liniare.

4.4.5. Teorema refracției liniilor de curent în regim electrocinetic staționar

În punctele P ale unei suprafețe de discontinuitate Σ_d , ce separă două medii conductoare diferite, cu conductivitățile $\gamma_1 \neq \gamma_2$, însă ambele liniare și izotrope, dacă în aceste puncte nu există câmp electric imprimat, $\bar{E}_i(P)=0$ în $P \in \Sigma_d$, atunci liniile de curent, prin vectorul densității curentului electric de conducție, \bar{J} și prin intensitatea câmpului electric de tip coulombian $\bar{E}_c = \bar{E}$ (astfel că, dacă $\bar{E}_i = 0$, $\bar{J} = \gamma \bar{E}$), se refractă în punctele $P \in \Sigma_d$ (fig. 4.19) conform teoremei:

$$\frac{\text{tg } \alpha_1}{\text{tg } \alpha_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}, \quad (4.28)$$

în care (așa cum se arată în figura 4.19) α_1 și α_2 sunt unghiurile dintre normala locului (în punctul P) la suprafața de discontinuitate Σ_d și vectorii densitate de curent și intensitatea câmpului electric din acest punct, adică $\bar{J}_1 = \bar{J}_1(P)$ și $\bar{E}_1 = \bar{E}_1(P)$, respectiv $\bar{J}_2 = \bar{J}_2(P)$ și $\bar{E}_2 = \bar{E}_2(P)$, de o parte și de alta a suprafeței Σ_d .

Demonstrația teoremei (4.28) se face determinându-se expresiile tangentelor trigonometrice $\text{tg } \alpha_1$ și $\text{tg } \alpha_2$, prin vectorii din punctul $P \in \Sigma_d$: \bar{J}_1 , \bar{E}_1 , \bar{J}_2 , \bar{E}_2 și ținând seama că în regim electrocinetic staționar, componentele tangențiale ale câmpului electric și cele normale ale densității de curent se conservă pe suprafețele de discontinuitate.

Astfel:

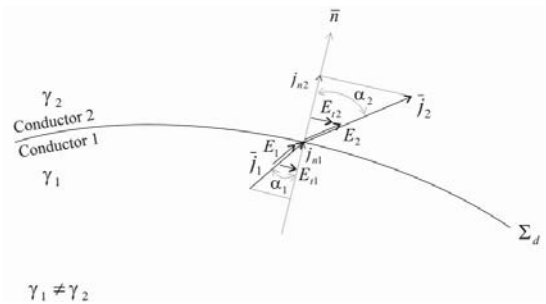


Fig. 4.19

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{J_{r1}}{J_{n1}} = \frac{\gamma_1 \bar{E}_{r1}}{J_{n1}} ; \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{J_{r2}}{J_{n2}} = \frac{\gamma_2 \bar{E}_{r2}}{J_{n2}} .$$

Deoarece conform teoremei continuității liniilor de curent (v. § 4.4.2) și a relației (4.26): $J_{n1} = J_{n2}$, iar – conform teoremei potențialului electric staționar (4.20), adică $\oint_{\Gamma} \bar{E}_c \cdot d\vec{l} = 0$, care justifică relația (2.42) și în regim electrocinetic staționar : $E_{r1} = E_{r2}$, atunci va rezulta:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\gamma_1 E_{r1} / J_{n1}}{\gamma_2 E_{r2} / J_{n2}} = \frac{\gamma_1 E_{r1} J_{n2}}{\gamma_2 E_{r2} J_{n1}} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} ,$$

teorema (4.28) fiind astfel demonstrată.

4.5. Electroliți

De mai multe ori până acum (v. paragrafele: 1.2.1, 1.3.12, 4.3.1 la subparagraful “Câmpuri imprimate voltaice” și –mai ales– „Câmpuri imprimate galvanice”), s-a utilizat noțiunea de electrolit fără a se face precizări suficiente (de fiecare dată, însă, făcându-se, pentru detaliere, trimiteri la prezentul subcapitol).

4.5.1. Conductori electrolitici (de specia a II-a)

Experiența arată că prin topirea la temperaturi înalte sau prin dizolvarea în anumite medii (apă, alcool, amoniac ș.a.), unele substanțe devin conductoare și se numesc *conductori electrolitici* sau *electroliți* sau *conductori de specia a II-a*. Aceleași substanțe, netopite sau nedizolvate, dar aflate în stare pură, au conductivitatea electrică γ de obicei foarte mică, cu ordinul de mărime specific dielectricilor, fiind deci izolanți. În plus, mediile lor de soluție (adică dizolvanții puri) au și ei conductivitatea electrică de asemenea foarte mică, deși soluția obținută prin dizolvarea substanțelor are o conductivitate electrică foarte mare, devenind conductoare.

Spre deosebire de altă specie de conductori (metalele și cărbunele), care au o conductivitate electrică mare în stare naturală (v. § 1.2.3, tabelul 1.3) și care nu suferă transformări chimice atunci când sunt în regim electrocinetic, conductorii electrolitici (electroliții) prezintă un puternic efect electrochimic atunci când sunt în regim electrocinetic *staționar*, care se manifestă prin reacții chimice de descompunere a electrolitului și depuneri de substanțe (v. § 4.5.3). De aceea aceste două specii de materiale conductoare au fost denumite și grupate diferit: *conductori metalici sau de specia întâi (a căror stare electrocinetică nu produce asupra lor efecte chimice)* și *conductori electrolitici (electroliți) sau conductori de specia a II-a (care aflate în regim electrocinetic staționar sufăr descompuneri chimice)*.

Prin dizolvare se produce disociația electrolitică (v. § 4.5.2) datorită micșorării forțelor electrostatice (coulombiene) de atracție dintre ioni în mediul dielectric cu permitivitate inițial mare a solventului, iar prin topire forțele de atracție de tip electrostatic sunt mult diminuate de mărirea (prin încălzire) a forțelor de agitație termică.

Mărimile (de material) specifice conductoarelor electrolitici sunt:

- *conductivitatea electrică echivalentă*, notată cu \wedge , care reprezintă conductivitatea electrică a electrolitului la o anumită concentrație;

- *conductivitatea electrică echivalentă limită*, notată cu \wedge_{∞} , care este conductivitatea electrică echivalentă cea mai mare pe care o poate avea electrolitul (ceea ce se întâmplă atunci când soluția are diluție / concentrație infinită);

- *gradul de disociație* (v. § 4.5.2), notat cu α și definit, pentru un electrolit într-o soluție, prin raportul dintre numărul n' de molecule disociate și numărul total n de molecule dizolvate, adică $\alpha = n' / n$, poate fi însă determinat valoric prin raportul conductivităților echivalente ale electrolitului (definite anterior) adică:

$$\alpha = \frac{\wedge}{\wedge_{\infty}} . \quad (4.29)$$

După valoarea gradului de disociație, conductorii electrolitici se împart în:

- *electroliți tari*, care au $\alpha > 0,5$ în soluții normale;
- *electroliți slabi*, la care $\alpha < 0,01$ în soluții normale.

Electroliții tari sunt: acizii minerali concentrați, hidroxizii alcalini și alcalino – pământoși, precum și majoritatea sărurilor minerale. Electroliții slabi sunt acizii și bazele minerale diluate (H_2S , H_2CO_3 , NH_4OH ș.a.), acizii și compușii organici disociați și unele săruri organice (ca HgCl_2 , HgCN ș.a.a).

După numărul de ioni formați prin disociere (v. § 4.5.3), există *electroliți binari*, *ternari* și *cuaternari*, iar după valența ionilor ei pot fi *uniunivalenți* (cum este clorura de potasiu dizolvată în apă, KCl), *biunivalenți* (CaCl_2), *unibivalenți* (Na_2SO_4) etc. (v. Chimia fizică).

4.5.2. Disociația electrolitică

Simpla dizolvare a unor substanțe, independent de existența unui câmp electric, sursă electrică, sarcini electrice, proces electrocinetic etc., poartă numele de **disociere electrolitică** și constă –în fapt– în *separarea în ioni a moleculelor unui electrolit prin topire sau dizolvare într-un solvent adecvat*. Spre exemplu, dacă într-un vas cu apă se introduce sare de bucătărie (cristal de NaCl), aceasta se dizolvă, adică majoritatea moleculelor NaCl se desfac (se disociază) în ioni de sodiu –cu sarcină electrică pozitivă (ceea ce se scrie: Na^+) și ioni de clor– cu sarcină negativă (Cl^-). Acest proces de disociere electrolitică se reprezintă prin modelul:



dubla săgeată (\leftrightarrow) arătând că disocierea are un caracter dinamic și ireversibil, în permanență moleculele disociindu-se în ioni și ionii recombinaându-se în moleculele de origine.

Nu toate moleculele dizolvate se și disociază. Din cauza disociației electrolitice, se găsesc încă de la început în soluția de electrolit particule încărcate cu sarcini electrice (ioni pozitivi și negativi), care sunt purtători de sarcină în aceste medii, ceea ce face ca electroliții să prezinte o conductibilitate ionică. Disocierea într-un solvent oarecare este, în general, cu atât mai completă cu cât permitivitatea solventului pur este mai mare (de pildă la apa distilată, chimic pură, permitivitatea relativă este de peste 80), caz în care forțele coulombiene (electrostatice) dintre ioni se micșorează.

Procesul de disociere al moleculelor prin dizolvare, poate fi descris calitativ prin parametrul denumit *grad de disociație*, α , care a fost definit în paragraful precedent și care se poate evalua cantitativ prin raportul (4.29). Disocierea electrolitică se datorește faptului că moleculele solventului (de exemplu, apa) slăbesc forțele electrice care leagă ionii substanței de dizolvat (în exemplul considerat anterior, NaCl). În general, valoarea gradului de disociație α al unui electrolit într-un solvent este determinat de: concentrația electrolitului, permitivitatea solventului și posibilitatea formării de legături între moleculele solventului și ioni.

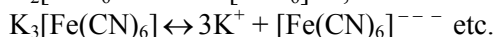
Astfel, distanța medie dintre ioni depinde de concentrația electrolitului; de exemplu, în soluțiile diluate distanța dintre ioni este mai mare, ceea ce face ca forța electrică de atracție să fie mai mică și atunci gradul de disociație crește. Gradul de disociație crește proporțional cu permitivitatea solventului. Formarea de legături între moleculele solventului și ioni mărește gradul de disociație, deoarece diametrul aparent al ionului se mărește, distanța dintre particulele cu sarcini electrice se mărește și astfel forța electrică de atracție scade, favorizând disociația. Formarea legăturilor este determinată de polaritatea moleculelor solventului; moleculele polare se orientează în jurul ionului, cu sarcina de semn contrar îndreptată spre ion. De exemplu, în apă, ionul H^+ nu există ca atare, ci sub forma ionului hidroniu H_3O^+ , provenit din aderarea protonului la o moleculă de apă. Apa, alcoolii, unele cetone și unii eteri au, în diverse grade, posibilitatea de a lega ionul H^+ , cu formarea ionului R_2OH^+ , măbind gradul de disociație. Astfel, deși alcoolul

etic și nitrobenzenul (ca solvenți) au permitivități aproximativ egale, acidul clorhidric (HCl) dizolvat în alcool etilic se comportă ca un electrolit tare (cu $\alpha > 0,5$), în timp ce în soluție de nitrobenzen este un electrolit slab (cu $\alpha < 0,01$); deosebirea provine din formarea ionilor $C_2H_5OH_2^+$ în alcool etilic, care favorizează disociația, în timp ce în nitrobenzen ionii H^+ rămân ca atare.

În sfârșit, gradul de disociație crește cu mărimea numărului de molecule polare orientate în jurul ionului și cu creșterea dimensiunilor moleculelor solventului (deoarece se mărește diametrul aparent al ionilor), precum și cu creșterea stabilității legăturii de hidrogen.

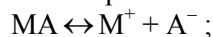
După modul de comportare al moleculelor solvenților față de ioni, se deosebesc *solvenți egalizatori* (care favorizează disociația puternică a sărurilor de tipuri diferite, datorită permitivității mari și posibilității formării de combinații cu ionii, negativi sau pozitivi, ai electrolitului) și *solvenți diferențiali* (care scot în evidență deosebirile dintre electroliții tari și cei slabi).

Prin disociere pot rezulta *ioni simpli* (așa ca în exemplul dat la începutul acestui paragraf: $NaCl \leftrightarrow Na^+ + Cl^-$ sau $BaCl_2 \leftrightarrow Ba^{++} + 2Cl^-$ etc.) sau *ioni complecși*, ca în exemplul:



Ionii complecși se pot forma și în urma unei asocieri între ioni sau între ioni și molecule nedisociate. O moleculă formată din doi ioni, notați la modul generic cu M^+ și A^- , se poate disocia în mai multe feluri:

- disociație simplă simetrică (specifică în special soluțiilor diluate);



- disociație complexă simetrică:



- disociație A nesimetrică:



- disociație M nesimetrică:



Disociația electrolitică este un proces reversibil, adică $MA \leftrightarrow M^+ + A^-$ indicat de săgețile cu sensuri contrare, deoarece starea de echilibru a soluției, pentru un anumit grad de disociație α , este de natură statistică, având loc –în mod aleator– disocieri și recombinații simultane condiționate de agitația termică. De aceea, disociației electrolitice ca proces reversibil i se poate aplica legea acțiunii maselor:

$$\frac{[M^+][A^-]}{[MA]} = K,$$

unde $[M^+]$ este concentrația ionilor pozitivi, $[A^-]$ – concentrația ionilor negativi, $[MA]$ concentrația moleculelor nedisociate și K este denumită *constanta de ionizare (de disociație)*.

Notându-se cu c –concentrația globală a electrolitului și cu α – gradul de disociație, se poate scrie:

$$[M^+] = \alpha c, [A^-] = \alpha c, [MA] = (1-\alpha) c$$

și atunci rezultă:

$$(4.30) \quad K = \frac{\alpha^2 c}{1 - \alpha},$$

relație ce exprimă *legea diluției*. Ținându-se seama de relația (4.29) –prezentată în paragraful 4.5.1– dintre gradul de disociație și conductivitatea echivalentă (\wedge , \wedge_∞), legea diluției poate fi exprimată și prin:

$$(4.30') \quad K = \frac{\wedge^2 c}{\wedge_\infty (\wedge_\infty - \wedge)},$$

relație care permite determinarea constantei de ionizare K numai prin măsurări de conductivitate, care pot fi efectuate cu ușurință.

4.5.3. Electroliza

Electroliza este denumirea concretă dată efectului chimic al electrocineticii, care se manifestă în sistemul fizic al conductorilor electrolitici (de specia a II-a).

Mai precis, electroliza reprezintă procesul dirijării ionilor unui electrolit (în soluție sau topit) în câmpul electric stabilit între două conductoare metalice (denumite *electrozi*) fixate într-un vas în care se găsește electrolitul (denumit, în aplicațiile practice, *cuvă electrolitică*) și conectate la bornele unei surse electrice de curent continuu (fig. 4.20) – de exemplu un element galvanic (iar –industrial– la producerea aluminiului și cuprului electrolitic, la o stație de redresare sau un grup convertizor $\sim \rightarrow =$), proces soldat cu depunerea de substanță din electrolitul aflat în cuvă.

Cei doi electrozi se numesc: *anod* (electrodul legat la borna + a sursei electrice) și *catod* (electronul conectat la borna – a sursei). În acest fel, curentul electric ce va caracteriza regimul electrocinetic produs în bucla: sursă – cuvă electrolitică are sensul: în electrolit de la catod la anod. Din această cauză, *ionii negativi (care se duc la anod) se numesc anioni*, iar *ionii (pozitivi) care merg la catod se numesc cationi*.

Ajunși la electrozi, ionii sunt neutralizați (se descarcă electric) astfel că pe electrozi se depun molecule din substanța aflată în electrolit, care –în timp, Δt , și proporțional cu intensitatea curentului electric I asociat electrolizei– formează un strat de substanță a cărei masă m este dată de:

$$m = kI\Delta t,$$

care exprimă, într-o formă mai concisă, legea electrolizei (cunoscută din § 1.3.12) și în care k este echivalentul electrochimic al ionului considerat.

Pentru ca electroliza să se producă, trebuie ca sursa de alimentare electrică să asigure la bornele electrozilor o tensiune electrică U dată de relația:

$$U = E + U_c + U_e + U_{df}, \quad (4.31)$$

unde: E este o mărime numită tensiunea de descompunere electrolitică (v. § 4.5.4), U_c – căderea de tensiune pe contacte și în electrozi, U_e – căderea de tensiune în electroliti și U_{df} – căderea de tensiune pe diafragma poroasă care –în unele aplicații– e montată în celulele cuvei. Valoarea cea mai mare, esențială, o are E și depinde de electrolit și aplicație.

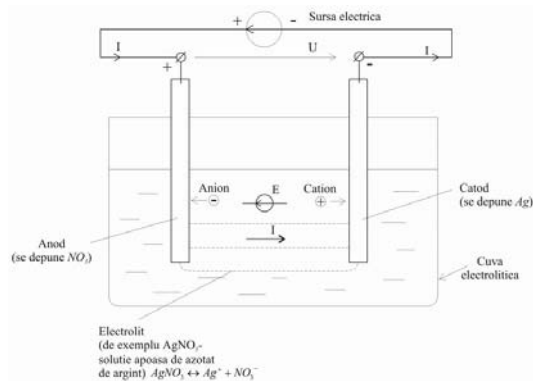


Fig. 4.20

4.5.4. Polarizarea electrolitică

Dacă o cuvă electrolitică are electrozi identici (la începutul electrolizei), în decursul desfășurării electrolizei, prin separarea ionilor și depunerea lor la electrozi, fața electrodului –la contactul cu electrolitul– își modifică natura (chimică sau fizică), astfel că la sfârșitul electrolizei cei doi electrozi (inițial identici) sunt complet diferiți. De cele mai multe ori, pe suprafața catodului se depune un strat fin de hidrogen, astfel că noul sistem de electrozi formează o pilă electrică, ce produce o tensiune electromotoare proprie de sens contrar celei a sursei de alimentare (și curentului de electroliză din electrolit). Dacă se întrerupe, pentru puțin timp, legătura la sursa de alimentare a electrozilor, cuva electrolitică devine o pilă electrică parazită ce poate dezvolta (scurt timp) un regim electrocinetic în propriul electrolit, cu un curent electric de sens contrar celui din timpul electrolizei.

Acest fenomen (proces) poartă numele de *polarizare electrochimică*, iar tensiunea electrică corespunzătoare se numește *t.e.m. de descompunere electrochimică*, pe care în relația (4.31) din paragraful precedent, am notat-o cu E . Ținându-se seama de relația (4.31) și notându-se termenii din membrul drept cu U_d , adică $U_d = E + U_c + U_e + U_{df} = E + \Delta U$, care se numește *tensiune de descompunere electrochimică* și în care ΔU este căderea de tensiune „pe cuvă” (în rezistențele de contact, pe electrozi, în electrolit etc.), având expresia $\Delta U = RI$, – unde I este intensitatea curentului electric la care se face electroliza și R este rezistența echivalentă proprie a cuvei. Rezultă:

$$U_d = E + RI \text{ și} \quad (4.32)$$

$$I = (U_d - E) / R,$$

ceea ce înseamnă că pentru a se realiza electroliza la o intensitate I a curentului, trebuie ca tensiunea la bornele cuvei –dată de sursa de alimentare– să fie $U = U_d$ și deci $I = (U - E) / R$. Această relație rezultă prin aplicarea legii conducției electrice (1.96) pe traseul anod – catod (v. fig. 4.20), rezultând $U - E = RI$.

Energia electrică minimă necesară pentru obținerea unui proces de electroliză într-un interval de timp Δt , rezultă din relația $P = U_d I \Delta t$ și din legea electrolizei (1.104), fiind:

$$W = U_d I \Delta t = E \Delta Q = Em / k,$$

adică proporțională cu masa de substanță m depusă.

4.6. Aplicații

În cadrul acestui subcapitol vor fi prezentate câteva aplicații, diverse, ale electrocineticii și conducției electrice, în domeniile: calculului rezistențelor electrice, particularităților aplicării concrete a legii conducției electrice, surselor electrochimice (pile și acumulatori electrice) și dispozitivelor fotoelectrice prin exemple concrete, des întâlnite în practică.

4.6.1. Calculul rezistențelor electrice

Rezistența electrică (în practica tehnică numită adesea și "rezistență ohmică") este un parametru de circuit electric –în fapt o mărime de material– care intervine în modelele ce descriu orice proces electrocinetic (de conducție electrică) și care trebuie - în orice aplicație practică - să fie determinată prin calcul sau/și experimental (prin măsurări).

Calculul rezistenței electrice nu prezintă prea mari dificultăți din punctul de vedere al modelării (al relației de evaluare), însă adeseori se ivesc complicații determinate de specificul aplicației, de natura materialelor (în special), de factori externi (temperatură; tensiuni mecanice interioare; frecvența regimului electrocinetic în care este implicată; presiunile de contact –în cazul rezistențelor electrice ale unor contactoare, ale unor contacte alunecătoare perie– inele, ale unor colectoare perie –lamelile de contact; stări fizico-chimice– în cazul rezistențelor prizelor de pământ etc.).

De aceea vom analiza, în continuare, câteva cazuri cât mai diferite (pentru un cât mai bun exercițiu).

Calculul rezistenței electrice pe baza corespondenței duale între modele

S-a arătat, în paragraful 4.1.2, că între modelele regimului electrostatic și modelele regimului electrocinetic staționar există o analogie (identitate) formală, care permite stabilirea unei corespondențe duale, formale, între mărimile specifice celor două regimuri.

Astfel, modelele de bază ale electrocineticii staționare, adică: $\text{rot} \bar{E} = 0$, $\text{div} \bar{J} = 0$ și $\bar{J} = \gamma(\bar{E} + \bar{E}_i)$ și cele ale electrostaticii, și anume: $\text{rot} \bar{E}_c = 0$, $\text{div} \bar{D} = q_v$ și $\bar{D} = \epsilon \bar{E} + \bar{P}_p$, prin analogia formală care există între ele, conduce la următoarea corespondență duală între mărimile electrostatice și cele electrocinetice staționare: $E_c \leftrightarrow \bar{E}$, $\bar{D} \leftrightarrow \bar{J}$, $V_{static} \leftrightarrow V_{stationar}$, $\epsilon \leftrightarrow \gamma$, $\bar{P}_p = \gamma \bar{E}_i$ și $q_v \leftrightarrow 0$.

Astfel o formulă de calcul elaborată pentru un sistem electrostatic poate fi retranscrisă prin corespondențele duale precedente și utilizată pentru sistemele electrocinetice staționare. Iată numai două exemple.

Aplicația 4.1. Să se calculeze rezistența dielectricului unui condensator tehnic cilindric (fig. 4.21).

Condensatorul al cărui dielectric este un izolan perfect (care are conductivitatea $\gamma = 0$ și deci rezistivitatea $\rho \rightarrow \infty$) are conductanța electrică între armături nulă ($G = 0$) și rezistența electrică infinită, $R = 1/G \rightarrow \infty$, ceea ce face ca un astfel de condensator să fie denumit condensator ideal, deoarece în înțelesul strict al rezistivității nu pot fi realizate

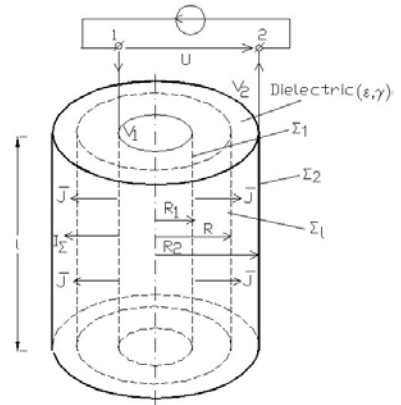


Fig. 4.21

materiale dielectrice perfect izolante (cu $\rho \rightarrow \infty$). În fapt, condensatoarele utilizate în practică au o anumită rezistență a materialului dielectric care apare între armături (numită *rezistența de pierderi a dielectricului* R_p), definită prin raportul: $R_p = U/I = (V_1 - V_2)/I$, dintre tensiunea electrică în curent continuu U – deci regim electrocinetic staționar (cu $V_1 - V_2$ diferența potențialelor electrocinetice ale armăturilor) și intensitatea curentului electric de conducție în c.c. I rezultat prin dielectric. Cu cât R_p este mai mare, cu atât condensatorul este de calitate mai bună, dar R_p nefiind, totuși, infinită, condensatorul nu mai este ideal și se numește *condensator tehnic*.

Folosindu-se corespondența duală câmp electric static \leftrightarrow câmp electrocinetic, arătată anterior, rezultă (v. fig. 4.21):

$$R_p = \frac{U}{I} = \frac{V_1 - V_2}{I} = \frac{(V_1 - V_2)_{stationar}}{\oint_{\Sigma_l} \bar{J} \cdot d\bar{A}} \leftrightarrow \frac{(V_1 - V_2)_{static}}{\oint_{\Sigma_l} \bar{D} \cdot d\bar{A}} = \frac{U_{static}}{q} = \frac{1}{C} = S, \quad (4.1-1)$$

unde: Σ_l este o suprafață laterală cilindrică prin dielectricul condensatorului (presupus fără efect de margini) și $\oint_{\Sigma_l} \bar{D} \cdot d\bar{A} = q$, conform fluxului electric (v. § 1.3.1).

Rezultă, prin urmare, corespondența duală dintre rezistență și elanță ($S = 1/C$): $R \leftrightarrow S$.

În cadrul aplicației 2.7 (v. § 2.7.3) s-a determinat expresia capacității unui condensator cilindric – v. figura 2.45 și formula (2.7-1) – și anume:

$$C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln \frac{R_2}{R_1}},$$

astfel că elanța S a unui asemenea condensator este:

$$S = \frac{1}{C} = \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi\epsilon l} \quad (4.1-2)$$

Atunci, pe baza corespondenței duale $R \leftrightarrow S$, determinată de relația (4.1-1), rezultă că rezistența de pierderi a dielectricului unui condensator cilindric (fig. 4.21) tehnic este:

$$(4.1-3) \quad \left. \begin{array}{l} S \leftrightarrow R_p \\ \varepsilon \leftrightarrow \gamma \end{array} \right\} \Rightarrow R_p = \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi\gamma l} = \rho \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi l} ,$$

care se verifică și dimensional: $[\Omega] = [\Omega m] \frac{[1]}{[l][m]}$.

La același rezultat (4.1-3) se ajunge și pe cale "clasică", adică determinând raportul:

$$(4.1-4) \quad R_p = U / I ,$$

care consideră că dielectricul este uniform și -ca urmare- nu există între armături câmp electric imprimat ($\bar{E}_i = 0$), ceea ce face să se spună că rezistorul cilindric din figura 4.21 este pasiv, astfel încât rezistența R_p se poate determina prin raportul (4.1-1), în care U este tensiunea la bornele 1-2 și I intensitatea curentului de conducție între armăturile Σ_1 și Σ_2 , în regim electrocinetic staționar (de curent continuu).

În condițiile din figura 4.21 și în cazul unui dielectric uniform, astfel că $I_{\Sigma}(R) = \text{const.} = I$, cu raza $R_1 \leq R \leq R_2$, și -conform teoremei potențialului electrocinetic staționar (4.21)- adică:

$$U = V_2 - V_1 = \int_{R:R_1-R_2} \bar{E} \cdot d\bar{R} = \int_{R:R_1-R_2} \rho \bar{J} \cdot d\bar{R} ,$$

deoarece $\bar{E}_c + \bar{E}_i = \rho \bar{J}$ (iar, în acest caz, -v. § 4.4.1- $\bar{E}_c = \bar{E}$ și $\bar{E}_i = 0$), având în vedere că sistemul din figura 4.21 are simetrie radială (deci $\bar{E} \parallel \bar{J} \parallel d\bar{R} \parallel d\bar{A} \parallel \bar{R}_0 dA$, \bar{R}_0 fiind versorul razei R , a unei suprafețe intermediare Σ_l între suprafețele armăturilor Σ_1 și Σ_2), se va putea scrie:

$$(4.1-5) \quad U = V_2 - V_1 = \int_{R:R_1-R_2} \bar{E} \cdot d\bar{R} = \int_{R:R_1-R_2} E dR ,$$

și:

$$(4.1-6) \quad I = I_{\Sigma} = \int_{\Sigma} \bar{J} \cdot d\bar{A} = \int_{\Sigma} J dA = J \int_{\Sigma} dA = J 2\pi R l = \frac{E}{\rho} 2\pi R l ,$$

deoarece $\bar{J} \parallel \bar{E} \parallel d\bar{A}$ și J este constant pe suprafața Σ . Cu l s-a notat lungimea armăturilor cilindrice (fig. 4.21).

Explicitând E din (4.1-6), $E = \rho I / 2\pi R l$, și introducând în (4.1-5) rezultă:

$$U = \int_{R:R_1-R_2} E dR = \frac{\rho I}{2\pi l} \int_{R:R_1-R_2} \frac{dR}{R} ,$$

de unde reiese:

$$R_p = \frac{U}{I} = \frac{\rho}{2\pi l} \int_{R:R_1-R_2} \frac{dR}{R} = \rho \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi l} ,$$

prin urmare exact aceeași expresie (4.1-3), determinată direct prin corespondența duală, între modelele electrostaticii și electrocineticii staționare.

Aplicația 4.2. Să determine rezistența electrică R a unei sfere metalice (conductoare) cu diametrul D îngropată foarte adânc în pământ, la adâncimea $h \gg D$, considerat cu conductivitatea $\gamma(P) = \text{const.} = \gamma$, alimentată de la o sursă de curent continuu, ce produce în sistemul sferă - pământ un câmp electrocinetic staționar, caracterizat de curentul I din conductorul de alimentare a sferei metalice și densitatea de curent \bar{J} din pământ. Deoarece $h \gg D$ și $\rho = \text{const.}$, se poate considera, cu o bună aproximație, că vectorul \bar{J} are o orientare

radială față de centrul sferei, iar sfera metalică este echipotențială (fig.4.22, care reprezintă –în fapt– o priză de pământ, într-o formă foarte simplă).

Aplicându-se direct corespondența duală dintre modele, astfel că $R \leftrightarrow S$, unde elastața unei sfere izolate are expresia (2.8-1), în care $R_2 \rightarrow \infty$ și $R_1 \equiv D/2$ (v. § 2.7.3), adică:

$$S = \frac{1}{C} = \frac{1}{2\pi\epsilon D} \quad (4.2-1)$$

rezultă (știindu-se că $\epsilon \leftrightarrow \gamma$):

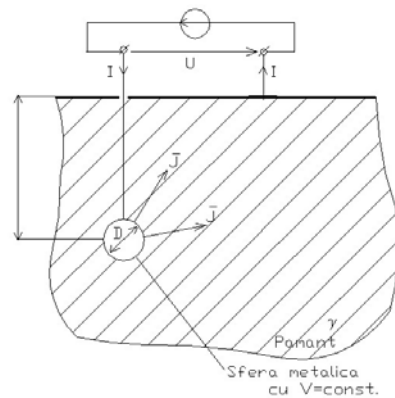


Fig. 4.22

$$\left. \begin{array}{l} S \leftrightarrow R \\ \epsilon \leftrightarrow \gamma \end{array} \right\} \Rightarrow R = \frac{1}{2\pi\gamma D} = \frac{\rho}{2\pi D} \quad (4.2-2)$$

unde $\rho = 1/\gamma$ este rezistivitatea solului. Dimensional, (4.2-2) devine: $[\Omega] = [\Omega\text{m}]/[1][\text{m}]$.

Calculul rezistenței electrice a prizelor de pământ

Priza de pământ (v. Instalații electrice) este un dispozitiv prin intermediul căruia se realizează o legătură electrică conductoare ("ohmică") directă la pământ: 1° fie ale unor puncte ale rețelilor (circuitelor electrice), 2° fie ale părților conductoare ale instalațiilor de protecție și ale carcaselor, suporturilor etc. unor aparate și mașini electrice. Prin această legare, obligatorie, la pământ se urmărește:

- în primul caz (1°), realizarea unei anumite repartiții a curenților electrice, necesară în exploatare (un caz este, de exemplu "tratarea neutrului rețelilor electrice de distribuție");
- în cel de al doilea caz (2°), asigurarea protecției contra pericolului de electrocutare prin anularea tensiunilor electrice ale carcaselor și grilajelor metalice, față de pământ.

În cazul aparaturii electronice diverse, situate în carcase diferite aflate în apropiere unele de altele, carcassele (metalizate) ale acestor aparate și "blindajul" bornelor și firelor de legătură între aparate, se conectează împreună la o priză de pământ, pentru a avea o aceeași tensiune (potențial electric) în scopul anulării capacităților parțiale dintre aparate (v. § 2.5.3) și a evitării –prin aceasta– a cuplajelor capacitive inoportune (parazite) dintre aparate.

O priză de pământ se compune, în general, din unul sau mai multe piese conductoare – metalice (numite electrozi) așezate în sol, în poziție verticală sau orizontală, având rezistivitatea foarte mică față de rezistivitatea pământului și forme din cele mai variate. Din punctul de vedere al alcătuirii lor, prizele de pământ pot fi: *singulare* (realizate dintr-un singur electrod îngropat în pământ, de exemplu sferic ca cel din figura 4.22) sau *multiple* (formate din mai mulți electrozi singulari de aceeași formă, conectați între ei prin legături metalice echipotențiale); *de suprafață* (cu mică adâncime de îngropare a electrozilor), *de adâncime* și *foarte mare adâncime* (caz în care adâncimea de îngropare în sol este de câteva ori mai mare decât dimensiunea maximă a electrozilor); *în pământ omogen* (natural) sau *neomogen* (cu adausuri nisipoase în straturi). În tabelul 4.2 sunt prezentate valorile aproximative ale rezistivității solului și apei.

Tabelul 4.2

Rezistivitatea mediului în care sunt așezați electrozii prizelor de pământ

Mediul	Rezistivitatea $[\Omega\text{cm} \cdot 10^{-4}]$
Nisipos	4 ... 8
Nisipos – argilos	1,5 ... 4
Argilos	0,08 ... 0,7
Argilos – nisipos	0,4 ... 0,5

Mediul	Rezistivitatea [$\Omega\text{cm} \cdot 10^{-4}$]
Pământ de grădină	0,4
Cernoziom	0,1 ... 5,3
Turbă	0,2
Apă curgătoare	0,5

Mediul	Rezistivitatea [$\Omega\text{cm} \cdot 10^{-4}$]
Apă stătătoare	0,002 ... 0,01

Prizele de pământ sunt foarte des întâlnite: la toate construcțiile civile și industriale, la instalațiile de protecție împotriva supratensiunilor atmosferice și a trăznetelor, la liniile de transport a energiei electrice prin linii aeriene (la fiecare stâlp de susținere, metalic sau din beton armat) etc.

Pentru asigurarea îndeplinirii rolului lor (în special al securității), rezistența electrică de dispersie în sol a prizelor de pământ trebuie să aibă o valoare cât mai mică. Rezistențele maxime admise ale prizelor de pământ (R_p) ale diverselor instalații electrice sunt: $R_p = 0,5\Omega$ (pentru instalațiile electrice din rețelele cu tensiuni electrice mai mari decât 1000 V), $R_p = 4\Omega$ (pentru instalațiile electrice cu tensiuni până la 1000 V) și $R_p = 10\Omega$ (de exemplu, pentru suporturile liniilor electrice aeriene).

Avându-se în vedere importanța prizelor de pământ și diversitatea lor constructivă (ce presupune calcule specifice), în continuare vor fi prezentate trei aplicații concrete referitoare la modelarea și calculul ce se practică în legătură cu proiectarea prizelor de pământ.

Aplicația 4.3. *Să se determine distribuția potențialului electric în pământ, în jurul prizei de pământ active (caracterizată de un curent electric priză - sol).*

Fie o sferă metalică, de rază r_0 într-un mediu conductor -de exemplu pământul - de conductivitate γ (fig. 4.23a). Sfera este introdusă într-un circuit electric, fiind alimentată printr-un conductor izolat, curentul de intensitate I închizându-se prin pământ și printr-un alt electrod situat la distanță foarte mare. Din cauza simetriei, câmpul de curenți din jurul sferei va fi radial, suprafețele de nivel vor fi sfere concentrice cu sfera dată, iar densitatea de curent la distanța r de centrul sferei va fi:

$$\vec{J} = \frac{I}{4\pi r^2} \frac{\vec{r}}{r}.$$

Conform legii conducției electrice, intensitatea câmpului electric este:

$$\vec{E} = \frac{1}{\gamma} \vec{J} = \frac{I}{4\pi\gamma r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

iar diferența de potențial dintre suprafața electrodului sferic și un punct M oarecare situat la distanța r de centrul sferei va fi:

$$(4.3-1) \quad U_{0M} = \int_{r_0}^r \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{r_0}^r E dr = \frac{I}{4\pi\gamma} \int_{r_0}^r \frac{dr}{r^2} = \frac{I}{4\pi\gamma} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right).$$

Această tensiune tinde către o limită finită când punctul M se îndepărtează indefinit de mult de electrod ($r \rightarrow \infty$) având valoarea:

$$(4.3-2) \quad U_0 = \frac{I}{4\pi\gamma r_0}.$$

Limita este atinsă cu o eroare de 1% când $r = 100r_0$.

Tensiunea limită dată de relația (4.3-2) se numește *cădere de tensiune pe rezistența de trecere dintre sfera metalică și mediul conductor*. Valoarea acestei rezistențe este:

$$(4.3-3) \quad R = \frac{U_0}{I} = \frac{1}{4\pi\gamma r_0}.$$

Ordinul de mărime al rezistenței de trecere (4.3-3) pentru o conductivitate a solului $\gamma = 10^{-2}$ S/m (valoare recomandată pentru calculele tehnice atunci când nu există date despre conductivitatea solurilor în care se construiesc prizele de pământ) este:

$r_0[\text{cm}]$	5	10	50	100
$R[\Omega]$	160	80	16	8

Se presupune acum o priză semisferică la suprafața pământului ca în figura 4.23b.

Studiul unei asemenea prize se face prin metoda imaginilor: se presupune imaginea electrodului simetric dispusă față de suprafața pământului iar spațiul de deasupra umplut cu pământ, astfel că se înlătură discontinuitatea conductivității mediului. Se ajunge la situația echivalentă a unui electrod ale cărui dimensiuni perpendiculare pe suprafața pământului sunt duble față de acelea ale electrodului original, montat în masiv infinit omogen. Priza de dimensiuni duble va debita în sol un curent dublu, $2I$, sumă a curenților original și imagine. Noua configurație creează, sub nivelul solului, un câmp electrocinetic identic cu cel original.

Înlocuindu-se în relația (4.3-2) pe I cu $2I$ se obține:

$$U_0 = \frac{I}{2\pi\gamma r_0} \quad (4.3-4)$$

și

$$R = \frac{U_0}{I} = \frac{1}{2\pi\gamma r_0}. \quad (4.3-5)$$

Formula (4.3-5) este folosită pentru calculul rezistenței de trecere a prizelor de pământ care pot fi asimilate cu prize semisferice.

Combinându-se relațiile (4.3-1) și (4.3-2) se obține următoarea expresie a diferenței de potențial dintre priză și oricare punct de pe suprafața pământului situat la distanța r de centrul prizei:

$$U_{0M} = U$$

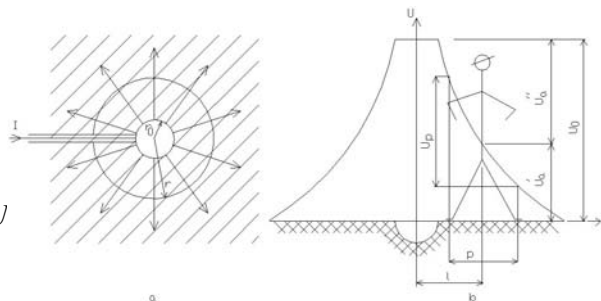


Fig. 4.23

Cunoașterea ei este necesară pentru luarea măsurilor necesare protecției personalului care umblă în preajma prizelor de pământ și care pot ajunge sub influența *tensiunii de pas*.

Se numește *tensiune de pas*, tensiunea dintre două puncte de pe suprafața solului aflate la distanța de circa 80cm, aproximativ egală cu un pas al omului. În cazul unei prize de pământ de 16Ω , a stâlpului unei linii aeriene (echivalentă cu rezistența de trecere a unei prize sferice cu raza de 1m), dacă la ruperea unui conductor și căderea lui la pământ curentul prin priză atinge 100A, atunci pentru $\gamma = 10^{-2}$ S/m rezultă $U_0 = 1600$ V iar tensiunea de pas poate ajunge la:

$$U_{0M} = 1600 \left(1 - \frac{100}{180}\right) = 700 \text{ V}.$$

Potențialul pe suprafața pământului este maxim în dreptul prizei și scade pe măsura îndepărtării de priză așa cum arată figura 4.23b. Un om aflat la distanța x de priză poate fi accidentat fie atingând prizele sau un element al instalației legat la ea, când i se aplică tensiunea

U_a'' , fie atingând de la mare distanță un element de potențial nul, când i se aplică tensiunea U_a' .
Suma celor două *tensiuni de atingere* este egală cu tensiunea prizei:

$$(4.3-6) \quad U_a' + U_a'' = U_0 ,$$

care este constantă, astfel că cel puțin una din tensiunile de atingere poate fi periculoasă.

Periculoasă este și tensiunea de pas, la care omul este supus datorită faptului că se află în contact cu solul în puncte aflate la potențiale diferite.

Toate aceste efecte sunt caracterizate prin:

- *coeficienții de atingere* :

$$(4.3-7) \quad k_a' = \frac{U_a'}{U_0} \text{ și } k_a'' = \frac{U_a''}{U_0};$$

- *coeficientul tensiunii de pas*:

$$(4.3-8) \quad k_p = \frac{U_p}{U_0} .$$

Cunoașterea distribuției pe sol a acestor coeficienți prezintă interes la proiectarea instalațiilor electrice.

Observații

Determinarea distribuției potențialului în pământ și pe suprafața solului permite calculul tuturor *mărimilor distribuite* și al *mărimilor globale* ce caracterizează funcționarea unei prize de pământ.

Mărimile distribuite sunt:

- intensitatea câmpului electric

$$(4.3-9) \quad \overline{E} = -\text{grad}U ;$$

- densitatea de curent

$$(4.3-10) \quad \overline{J} = \gamma \overline{E} ;$$

- sursele termice,

$$(4.3-11) \quad p_{ec} = \frac{1}{\gamma} J^2 = \gamma E^2$$

adică densitatea de volum $[W/m^3]$ a puterii disipate de electrod în jurul său.

Mărimile globale sunt:

- intensitatea curentului electric disipat în pământ:

$$(4.3-12) \quad I = \oint_{\Sigma} \overline{J} \cdot d\overline{A} = \gamma \oint_{\Sigma} \overline{E} \cdot d\overline{A} ,$$

integrala efectuându-se pe o suprafață închisă care cuprinde în interior priza de pământ. Este avantajos ca suprafața de integrare să fie echipotențială, cele mai favorabile fiind ori suprafața de contact a prizei de pământ cu solul ori suprafața echipotențială a sferei de la infinit; în acest caz se utilizează pentru calculul intensității curentului relația:

$$(4.3-13) \quad I = \gamma \lim_{r \rightarrow \infty} (4\pi r^2 E) ,$$

r fiind distanța de la centrul prizei până la un punct curent;

- puterea disipată în pământ:

$$(4.3-14) \quad P = \int_{v_{\Omega}} p_{ec} dv ,$$

v_{Ω} fiind întregul volum al spațiului Ω ocupat de pământ;

- rezistența de dispersie a prizei de pământ:

$$(4.3-15) \quad R = \frac{U_0}{I} = \frac{P}{I^2} = \frac{U_0^2}{P}$$

Distribuția în pământ a potențialului și a celorlalte mărimi ce caracterizează funcționarea prizelor de pământ este dependentă de o serie de factori, dintre care cel mai important este forma electrodului, după cum se va vedea în exemplul următor.

Aplicația 4.4. *Să se determine mărimile specifice unei prize de pământ singulare formată dintr-un electrod cilindric în masiv infinit omogen.*

Prin această denumire sunt identificate prizele formate dintr-un singur electrod în formă cilindrică (țevă metalică), îngropată foarte adânc în sol (astfel încât efectele perturbatoare ale suprafeței solului să devină neglijabile), sol considerat omogen.

Electrozii realizați din țevă de oțel zincat cu lungimea $L=3\text{m}$ și diametrul $d=50\text{mm}$ sunt cei mai utilizați la construcția prizelor de pământ.

Calculul exact al potențialului în cazul electrozilor cilindrici este complicat datorită formei compozite a electrodului care prezintă o suprafață laterală cilindrică și două baze circulare. De aceea se preferă asimilarea cilindrului cu un elipsoid alungit având axa mare L și axa mică d . Datorită valorii mari a raportului L/d abaterile apar pe porțiuni scurte, la capetele cilindrului.

Suprafețele echipotențiale, de formă elipsoidală, vor fi cuprinse între aceea a elipsoidului care aproximează electrodul și aceea a sferei de la infinit, care este un elipsoid degenerat. În acest context se preferă utilizarea *sistemului de coordonate ale elipsoidului alungit*, care este generat de transformări prin funcții hiperbolice.

Într-un sistem de coordonate cartezian poziția unui punct din spațiu se determină cu ajutorul coordonatelor sale x, y, z . Punctele având $x = x_i = \text{const.}$ se găsesc în planul paralel cu planul Oyz numit *suprafață de coordonată* $x = x_i$. Într-un sistem cartezian există trei familii de suprafețe de coordonate: $x = \text{const.}$, $y = \text{const.}$ și $z = \text{const.}$

Două suprafețe de coordonate aparținând unor familii diferite se intersectează după o curbă (sau linie) de coordonată x, y sau z , în funcție de coordonata care variază de-a lungul liniei respective. Suprafețele de coordonate ca și liniile de coordonate definesc în mod univoc poziția punctului M din spațiu. În punctul de intersecție cele trei linii de coordonate sunt perpendiculare între ele și de aceea sistemul de coordonate se numește *ortogonal*.

Poziția punctului M din spațiu poate fi însă definită univoc și prin alte trei numere, ξ, η, θ care vor fi numite *coordonele curbilinii*. Dacă cele două sisteme de coordonate definesc în mod univoc poziția punctului M există relații de forma:

$$x = f_x(\xi, \eta, \theta), y = f_y(\xi, \eta, \theta), z = f_z(\xi, \eta, \theta), \quad (4.4-a)$$

$$\xi = f_\xi(x, y, z), \eta = f_\eta(x, y, z), \theta = f_\theta(x, y, z). \quad (4.4-b)$$

Pentru ξ, η sau θ constante, ecuațiile (4.4-b) vor reprezenta *suprafețe de nivel* sau *suprafețe de coordonate* $\xi = \text{const.}$, $\eta = \text{const.}$ și $\theta = \text{const.}$ Suprafețele $\xi = \text{const.}$ și $\eta = \text{const.}$ se intersectează după *linia de coordonată* θ . Analog se definesc liniile de coordonate ξ , respectiv η . Fixându-se coordonata pe o *linie de coordonată*, de exemplu $\theta = \theta_i$, atunci poziția punctului M_i este univoc determinată, el aflându-se de fapt la intersecția celor trei suprafețe de nivel ξ, η și θ_i , respectiv a celor trei linii de coordonate (ξ_i, θ_i) , (ξ_i, η_i) și (η_i, θ_i) .

De obicei, curbele de coordonate formează între ele unghiuri oarecare. Prezintă interes însă *sistemele de coordonate curbilinii ortogonale* pentru care metoda cea mai productivă de generare este aceea bazată pe transformările din planul complex deoarece, printr-o transformare conformă, o rețea ortogonală cu linii drepte din planul complex \underline{z} se transformă într-o rețea de linii curbe, dar tot ortogonale, în planul complex $\underline{\zeta}$.

Reprezentarea conformă prin transformarea $\underline{z} = f(\underline{\zeta})$, unde $\underline{z} = x + jy$ și $\underline{\zeta} = \xi + j\eta$ pune la dispoziție două familii de curbe ortogonale în planul Oxy .

Ecuațiile de transformare sunt:

$$x = f_x(\xi, \eta), y = f_y(\xi, \eta), \quad (4.4-c)$$

iar ecuațiile celor două familii de curbe vor fi:

$$\xi = f_\xi(x, y), \eta = f_\eta(x, y). \quad (4.4-d)$$

Mai departe, rețeaua de linii se transformă în rețea de suprafețe ortogonale fie prin translatarea figurii paralel cu ea însăși (se obține astfel *sistemul de coordonate cilindrice*), fie rotind-o în jurul unei axe de simetrie (rezultând un *sistem de coordonate de rotație*).

Pentru a fi utilizate în practică, se rețin din mulțimea practic infinită a transformărilor conforme posibile de la planul $\underline{\zeta}$ la planul \underline{z} și, corespunzător, a sistemelor de coordonate curbilinii ortogonale spațiale ce pot fi obținute, numai acelea care permit aplicarea metodei separării variabilelor pentru ecuația diferențială ce trebuie integrată.

Transformarea utilizată aici este transformarea prin funcția hiperbolică $\underline{z} = c \cdot \text{ch} \underline{\zeta}$ ale cărei ecuații de transformare sunt:

$$x = f_x = c \cdot \text{ch} \xi \cos \eta, y = f_y = c \cdot \text{sh} \xi \sin \eta, \quad (4.4-e)$$

iar ecuațiile liniilor de coordonate:

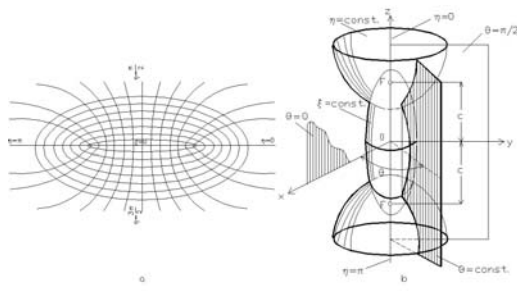


Fig. A4.4

$$\frac{x^2}{c^2 \operatorname{ch}^2 \xi} + \frac{y^2}{c^2 \operatorname{sh}^2 \xi} = 1, \frac{x^2}{c^2 \cos^2 \eta} - \frac{y^2}{c^2 \sin^2 \eta} = 1. \quad (4.4-f)$$

Ecuatiile (4.4-f) reprezintă o familie de elipse omofocale, respectiv o familie de hiperbole omofocale. Focarele celor două familii de conice coincid. Ele se găsesc în punctele de coordonate $(\pm c, 0)$ – fig. A4.4a. Dacă figura A4.4a se rotește în jurul axei Ox , se obține sistemul ale cărei suprafețe de coordonate sunt reprezentate în figura A4.4b. Este convenit ca axa în jurul căreia se face rotația să se numească Oz și de aceea axele O_x, O_y, O_z , se redenumesc O_z, O_x, O_y .

Ecuatiile de transformare vor fi:

$$(4.4-g) \quad x = f_\xi(\xi, \eta) \cos \theta, y = f_\eta(\xi, \eta) \sin \theta, z = f_z(\xi, \eta),$$

care, combinate cu (4.4-e), conduc la:

$$(4.4-h) \quad x = c \operatorname{sh} \xi \sin \eta \cos \theta, y = c \operatorname{sh} \xi \sin \eta \sin \theta, z = c \operatorname{ch} \xi \cos \eta,$$

deoarece f_z trebuie așezat pe axa Oz , conform modificării axelor de coordonate.

Ecuatiile suprafețelor de coordonate vor fi conform relațiilor (4.4-f):

$$(4.4-i) \quad \frac{z^2}{c^2 \operatorname{ch}^2 \xi} + \frac{\rho^2}{c^2 \operatorname{sh}^2 \xi} = 1, \frac{z^2}{c^2 \cos^2 \eta} - \frac{\rho^2}{c^2 \sin^2 \eta} = 1, y/x = \operatorname{tg} \theta.$$

Ele reprezintă un fascicul de elipsoizi alungați, un fascicul de hiperboloizi cu două pânze, respectiv un fascicul de semiplane mărginit de axa Oz , ρ și z fiind coordonatele cilindrice ale punctelor din spațiu:

$$(4.4-j) \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2} = f_\eta = c \operatorname{sh} \xi \sin \eta, z = f_z = c \operatorname{ch} \xi \cos \eta.$$

Ecuatia lui Laplace în coordonatele elipsoidului alungit rezultă:

$$(4.4-k) \quad \nabla^2 U(\xi, \eta, \theta) = \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \xi + \sin^2 \eta} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \operatorname{cth} \xi \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + \operatorname{ctg} \eta \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \xi \sin^2 \eta} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} = 0.$$

Ecuatia lui Laplace pentru prezenta aplicație, în acest sistem de coordonate, ținându-se seama că U este independent de η și de θ , adică :

$$(4.4-1) \quad \frac{\partial U}{\partial \eta} = \frac{\partial U}{\partial \theta} = 0,$$

devine:

$$(4.4-2) \quad \frac{d^2 U}{d\xi^2} + \operatorname{cth} \xi \frac{dU}{d\xi} = 0 \quad \text{sau} \quad \frac{d}{d\xi} \left(\operatorname{sh} \xi \frac{dU}{d\xi} \right) = 0,$$

cu soluția:

$$(4.4-3) \quad U = a + b \ln \operatorname{cth} \frac{\xi}{2}$$

Constantele a și b se determină din condițiile la limite:

- pe suprafața $\Sigma_e \xi = \xi_0, U = U_0$,

- pe suprafața $\Sigma_\infty \xi = \infty, U = 0$.

Rezultă $a = 0$, $b = \frac{U_0}{\ln \operatorname{cth} \frac{\xi_0}{2}}$ iar potențialul:

$$(4.4-4) \quad U = U_0 \frac{\ln \operatorname{cth} \frac{\xi}{2}}{\ln \operatorname{cth} \frac{\xi_0}{2}}.$$

Suprafețele echipotențiale sunt elipsoizi descriși de ecuația (4.4-i):

$$(4.4-5) \quad \frac{z^2}{c^2 \operatorname{ch}^2 \xi} + \frac{\rho^2}{c^2 \operatorname{sh}^2 \xi_0} = 1,$$

ecuația suprafeței elipsoidului care aproximează electrodul cilindric fiind:

$$(4.4-6) \quad \frac{z^2}{c^2 \operatorname{ch}^2 \xi_0} + \frac{\rho^2}{c^2 \operatorname{sh}^2 \xi_0} = 1.$$

Constantele c și ξ_0 , care definesc elipsoidul, pot fi puse în legătură cu dimensiunile electrozudului cilindric exprimând coordonatele unui punct care ocupă două poziții particulare: la capătul electrozudului $M\left(\frac{L}{2}, 0\right)$ și în planul de simetrie $M\left(0, \frac{d}{2}\right)$. Se obține sistemul de ecuații:

$$L = 2c \operatorname{ch} \xi_0, d = 2c \operatorname{sh} \xi_0. \quad (4.4-7)$$

Distanța focală a elipsoidului, aceeași pentru toți elipsoizii echipotențiali, este:

$$\sqrt{c^2 \operatorname{ch}^2 \xi_0 - c^2 \operatorname{sh}^2 \xi_0} = c,$$

de unde se vede că lungimea L , exprimată de (4.6-6), este ceva mai mare decât dublul distanței focale $2c$. Diferența este foarte mică deoarece:

$$\operatorname{ch} \xi_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \operatorname{th}^2 \xi_0}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{d}{L}\right)^2}} \cong 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{d}{L}\right)^2$$

și pentru $L=3\text{m}$ și $d=50\text{mm}$ ea rezultă a fi de 0,014%.

De aceea, în toate cazurile se consideră:

$$c \cong \frac{L}{2}, a = \frac{d}{2}, \operatorname{ch} \xi_0 \cong 1, \operatorname{sh} \xi_0 \cong \frac{d}{L}, \quad (4.4-8)$$

a fiind raza electrozudului cilindric.

Ținând acum seama că:

$$\ln \operatorname{cth} \frac{\xi_0}{2} = \ln \frac{\operatorname{ch} \xi_0 + 1}{\operatorname{sh} \xi_0} \cong \ln \frac{1+1}{\frac{d}{L}} = \ln \frac{2L}{d}, \quad (4.4-9)$$

expresia potențialului devine:

$$U = U_0 \frac{\ln \operatorname{cth} \frac{\xi}{2}}{\ln \frac{2L}{d}}. \quad (4.4-10)$$

Intensitatea câmpului electric se calculează cu formula (4.3-9), $\vec{E} = -\operatorname{grad} U$, în care se ține seama de (4.4-1):

$$\vec{E} = -\frac{U_0}{c \sqrt{\operatorname{ch}^2 \xi - \cos^2 \eta}} \frac{dU}{d\xi} \vec{1}_\xi = \frac{U_0}{c \ln \frac{2L}{d}} \frac{\vec{1}_\xi}{\operatorname{sh} \xi \sqrt{\operatorname{ch}^2 \xi - \cos^2 \eta}} \quad (4.4-11)$$

Intensitatea câmpului electric și densitatea de curent $\vec{J} = \gamma \vec{E}$ sunt maxime pentru valoarea minimă ξ_0 a coordonatei ξ , pe suprafața prizei de pământ. Câmpul variază și de-a lungul acestei suprafețe, odată cu coordonata η , fiind maxim în punctele în care $\cos \eta = \pm 1$ ($\eta = 0$ și $\eta = \pi$), adică în vârfurile elipsoidului, unde raza de curbură este minimă, și minim în planul median unde $\eta = \pi/2$. Valorile extreme sunt:

$$E_{\max} = \frac{U_0}{c \ln \frac{2L}{d}} \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \xi_0} \cong \frac{U_0}{a} \frac{1}{\ln \frac{2L}{d}} \frac{L}{d} \quad (4.4-12)$$

și

$$E_{min} = \frac{U_0}{c \ln \frac{2L}{d}} \frac{1}{\text{sh} \xi_0 \text{ch} \xi_0} \cong \frac{U_0}{a} \frac{1}{\ln \frac{2L}{d}}. \quad (4.4-13)$$

Deoarece $E_{max}/E_{min} = L/d$ rezultă că E_{max} poate depăși de foarte multe ori pe E_{min} .

Sursele termice, exprimate prin densitatea de volum a puterii disipate de electrod, sunt :

$$p_{ec} = \gamma \frac{U_0^2}{c^2 \text{sh}^2 \xi (\text{ch}^2 \xi - \cos^2 \eta) \left(\ln \frac{2L}{d} \right)^2}, \quad (4.4-14)$$

și au intensitate maximă la vârful electrodului și minimă în planul median, raportul lor fiind $p_{ec_{max}}/p_{ec_{min}} = (L/d)^2$.

Intensitatea curentului disipat în pământ rezultă din (4.3-12) în care se ține seama de (4.4-11) și de faptul că, în coordonatele elipsoidului alungit avem $d\bar{A}_\xi = c^2 \sqrt{\text{ch}^2 \xi - \cos^2 \eta} \text{sh} \xi \sin \eta d\eta d\theta d\bar{l}_\xi$:

$$I = \gamma \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left(\frac{U_0}{c \ln \frac{2L}{d}} \frac{\bar{l}_\xi}{\text{sh} \xi \sqrt{\text{ch}^2 \xi - \cos^2 \eta}} \right) \cdot (c^2 \sqrt{\text{ch}^2 \xi - \cos^2 \eta} \text{sh} \xi \sin \eta d\eta d\theta d\bar{l}_\xi,$$

adică:

$$I = \frac{2\pi\gamma L}{\ln \frac{2L}{d}} U_0. \quad (4.4-15)$$

Ținându-se seama de expresia (4.4-15), din relația (4.4-10) se obține:

$$U = \frac{\ln \text{ch} \frac{\xi}{2}}{2\pi\gamma L} I. \quad (4.4-16)$$

Puterea disipată în volumul pământului se calculează cu relația (4.3-14) în care p_{ec} este dat de (4.4-14) iar dv , în coordonatele elipsoidului alungit, are expresia: $dv = c^3 (\text{ch}^2 \xi - \cos^2 \eta) \text{sh} \xi \sin \eta d\xi d\eta d\theta$:

$$P = \gamma \int_{\xi_0}^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{U_0^2}{c^2 \text{sh}^2 \xi (\text{ch}^2 \xi - \cos^2 \eta) \left(\ln \frac{2L}{d} \right)^2} c^3 (\text{ch}^2 \xi - \cos^2 \eta) \cdot \\ \cdot \text{sh} \xi \sin \eta d\xi d\eta d\theta = \frac{\gamma c U_0^2}{\left(\ln \frac{2L}{d} \right)^2} \int_{\xi_0}^\infty \frac{d\xi}{\text{sh} \xi} \int_0^\pi \sin \eta d\eta \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{2\pi\gamma L}{\ln \frac{2L}{d}} U_0^2. \quad (4.4-17)$$

Rezistența de dispersie a prizei de pământ rezultă din (4.4-15):

$$R = \frac{U_0}{I} = \frac{\ln \frac{2L}{d}}{2\pi\gamma L}. \quad (4.4-18)$$

Observații

1.) în cazul cilindrului vertical în masiv semiinfinit omogen se utilizează relațiile (4.4-16), (4.4-15) și (4.4-18) în care se înlocuiește I prin $2I$ și L prin $2L$. Se obține:

$$(4.4-19) \quad U = \frac{\ln \frac{\xi}{2}}{2\pi\gamma(2L)} (2I) = \frac{\ln \frac{\xi}{2}}{2\pi\gamma L} I,$$

$$(4.4-20) \quad U_0 = \frac{\ln \frac{2(2L)}{d}}{2\pi\gamma(2L)} (2I) = \frac{\ln \frac{4L}{d}}{2\pi\gamma L} I,$$

$$(4.4-21) \quad R = \frac{\ln \frac{4L}{d}}{2\pi\gamma L} I$$

2.) Din ecuația (4.4-15) reiese:

relație care se obține din:

Fig. 4.24

$$\int_r^L \overline{E} \cdot dr = \int_r^L E dr = \int_r^L \frac{1}{\gamma} J dr = \frac{I}{2\pi\gamma L} \int_r^L \frac{dr}{r} = \frac{I}{2\pi\gamma L} \ln \frac{L}{r} = \frac{I}{2\pi\gamma L} \ln \frac{2L}{d},$$

unde $r = d/2$.

Prin urmare, se poate accepta modelul simplificat care, neglijează efectele de margine și presupune repartitia radială a liniilor densității de curent. Totodată se deduce că potențialul de-a lungul solului, scăzând pe măsură îndepărtării de electrod, devine egal cu potențialul pământului la o distanță de electrod egală cu lungimea acestuia – fapt ce poate fi verificat experimental și de care se ține seama la proiectarea prizelor de pământ: în scopul uniformizării potențialului de-a lungul solului și al diminuării tensiunii de pas, ele se construiesc cu electrozi multipli, așezați în vârfurile unor poligoane regulate, depărtate unul de celălalt la o distanță egală cu lungimea electrodului (v. fig. 4.24a).

Aplicația 4.5. *Calculul rezistenței de dispersie a prizelor cu electrozi multipli în masiv infinit omogen.*

Pentru ca rezistența de dispersie să fie inferioară unei valori date, stabilite prin norme, este necesar adeseori ca priza de pământ să fie realizată din mai mulți electrozi îngropați și legați în paralel. Dificultatea principală care apare în legătură cu calculul comportării prizelor multiple constă în faptul că rezistența de dispersie echivalentă, R_p , nu se poate calcula cu relația simplă cunoscută de la conectarea în paralel a rezistențelor:

$$\frac{1}{R_{p\infty}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{r_{pk}}. \quad (4.5-1)$$

Formula (4.5-1) este valabilă numai când electrozii singolari se găsesc la distanțe atât de mari unul de altul (teoretic infinite), încât să nu se influențeze reciproc. În cazurile concrete, distanțele sunt mult mai mici, de aceea rezistența de dispersie a prizei de pământ se va calcula cu o expresie de forma:

$$R_p = m R_{p\infty}, \quad (4.5-2)$$

m fiind factorul de ecranare al prizei de pământ multiple. Calculul lui m pentru diferite situații se face conform metodologiei prezentate în continuare.

Ținându-se seama de semnificația fizică a factorului de ecranare, aceasta se poate scrie sub forma:

$$m = m_1 + m_2; \quad (4.5-3)$$

Aici, $m_1 > 1$ se numește factor de influență. Majorarea rezistenței de dispersie a prizei multiple prin coeficientul m_1 se poate explica considerând cazul simplu al prizei formate din doi electrozi de formă sferică dispuși la o distanță finită (fig. 4.24b). Electrocul 1, singur în pământ, aflat sub potențialul U_0 , determină în jurul său apariția unui câmp electric radial, în fiecare punct M fiind determinat un potențial oarecare. La montarea în pământ a unui alt electrod 2, conectat în paralel cu electrodul 1, acesta găsește în punctul M un potențial mai ridicat decât cel care ar exista în lipsa sursei 1; de aceea, curentul emis de electrodul 2 pe direcția $2M$ este mai mic în prezența electrodului 1 decât în lipsa lui. În mod analog, curentul emis de sursa 1 pe direcția $1-M$ este micșorat în prezența electrodului 2. Apare un efect de ecranare reciprocă a electrozilor datorită căruia, la același potențial U_0 aplicat acestora, curentul total disipat este micșorat față de suma curenților care ar fi disipați de fiecare electrod funcționând independent. Efectul descris determină creșterea rezistenței de dispersie a fiecărui electrod. Dacă numărul de electrozi care alcătuiesc priza multiplă este $n > 2$, gradul de ecranare crește și, odată cu el, crește și rezistența de dispersie.

Termenul m_2 se numește *factor de redistribuire a densității de curent pe suprafețele electrozilor*. În prezența celui alt electrod, densitatea de curent se reduce pe suprafața electrodului iar curentul total debitat de priză scade, în condițiile în care potențialul prizei rămâne tot U_0 . Cu excepția însă a unor cazuri indicate în mod expres, factorul de redistribuire m_2 se consideră nul atunci când distanțele dintre electrozi sunt suficient de mari.

Din examinarea rezultatelor obținute la studiul comportării prizelor de pământ singulare se constată că potențialul determinat într-un punct de un electrod singular k , funcționând independent în masiv infinit, se exprimă printr-o relație de forma:

$$(4.5-4) \quad U_k = \frac{I_k}{\gamma L_k} F_k(\xi_k),$$

oricare ar fi geometria electrodului. În această relație I_k este intensitatea curentului disipat de electrod, γ – conductivitatea electrică a solului, L_k – o dimensiune caracteristică a electrodului, ξ_k – una sau mai multe coordonate care precizează poziția punctului M față de priza k , iar F_k – o funcție a cărei structură depinde de geometria electrodului k . Dacă punctul M în care se calculează potențialul se deplasează pe suprafața electrodului k , $\xi_k = \xi_{kk}$ și

$$(4.5-5) \quad U_0 = \frac{I_k}{\gamma L_k} F_k(\xi_{kk}),$$

U_0 fiind potențialul aplicat prizei.

Din relația (4.5-5) rezultă rezistența de dispersie a prizei de pământ singulare care funcționează independent în masiv infinit:

$$(4.5-6) \quad r_{pk} = \frac{U_0}{I_k} = \frac{\gamma L_k}{F_k(\xi_{kk})}.$$

Din ecuațiile (4.5-4) și (4.5-5) rezultă potențialul în punctul M în funcție de potențialul prizei :

$$(4.5-7) \quad U_k = U_0 \frac{F_k(\xi_k)}{F_k(\xi_{kk})}.$$

În continuare se consideră că în pământ sunt montate n prize singulare independente. Aplicând succesiv potențialul U_0 fiecărei prize k , curenții care se scurg în pământ vor rezulta din formula (4.5-5):

$$(4.5-8) \quad I_k = \frac{\gamma L_k}{F_k(\xi_{kk})} U_0 ,$$

pentru $k=1,2,\dots,n$. Curentul total la funcționarea independentă a tuturor prizelor singulare se calculează efectuând suma:

$$(4.5-9) \quad I = \sum_{k=1}^n I_k = U_0 \gamma \sum_{k=1}^n \frac{L_k}{F_k(\xi_{kk})} .$$

Raportul între tensiunea U_0 și curentul total I este rezistența de dispersie a prizei de pământ multiple în cazul funcționării izolate a electrozilor singulari componenți; această rezistență s-ar obține și dacă distanțele între prizele singulare ar fi infinit de mari:

$$R_{p\infty} = \frac{U_0}{I} = \frac{1}{\gamma \sum_{k=1}^n \frac{L_k}{F_k(\xi_{kk})}} . \quad (4.5-10)$$

Evident, dacă se ține seama de relația (4.5-6), formula (4.5-10) este identică cu (4.5-1). $R_{p\infty}$ reprezintă rezistența echivalentă legării în paralel a rezistențelor de dispersie ale celor n prize singulare funcționând independent.

Practic însă cele n prize se conectează în paralel, constituind o priză de pământ multiplă. În ipoteza admisă că distribuția densității de curent pe suprafețele electrozilor nu este perturbată ($m_2 = 0$), relațiile de tipul (4.5-4) își păstrează valabilitatea; de aceea potențialul imprimat de ansamblul celor n electrozi în punctul M din pământ va fi:

$$U = \sum_{k=1}^n U_k = \frac{1}{\gamma} \sum_{k=1}^n \frac{I_k}{L_k} F_k(\xi_k) . \quad (4.5-11)$$

Dacă relația (4.5-11) se combină cu (4.5-6), se obține:

$$U = \sum_{k=1}^n r_{pk} I_k \frac{F_k(\xi_k)}{F_k(\xi_{kk})} . \quad (4.5-12)$$

Deplasând punctul de calcul M în M' , pe suprafața electrodului j , potențialul U va deveni chiar potențial aplicat prizei de pământ multiple, U_p . Relația (4.5-12) devine:

$$U_p = \sum_{k=1}^n r_{pk} I_k \frac{F_k(\xi_{kj})}{F_k(\xi_{kk})} , \quad (4.5-13)$$

ξ_{kj} fiind coordonata (coordonele) care precizează poziția electrodului j în raport cu electrodul k .

Dându-se succesiv lui j valorile $1,2,\dots,n$, relația (4.5-13) generează un sistem de n ecuații ale cărui rădăcini sunt curenții I_k ($k=1,2,\dots,n$), disipați de fiecare electrod component al prizei multiple. Rezolvându-se sistemul se obține curentul total care se va scurge de pe priza multiplă:

$$I = \sum_{k=1}^n I_k , \quad (4.5-14)$$

putându-se determina rezistența de dispersie a prizei multiple:

$$R_p = \frac{U_p}{I} . \quad (4.5-15)$$

Raportul:

$$m = m_1 = \frac{R_p}{R_{p\infty}} . \quad (4.5-16)$$

reprezintă *factorul de ecranare* al prizei de pământ multiple.

Înlocuindu-se curenții I_k determinați din sistemul (4.5-13) în ecuația (4.5-12) se obține relația de calcul al distribuției în pământ a potențialului imprimat de priza multiplă.

De regulă, prizele singulare care intră în alcătuirea unei prize multiple au forme și dimensiuni identice. În acest caz formulele precedente se simplifică întrucât:

$$F_k(\xi_k) = F(\xi_k), L_k = L, \text{ și } \xi_{kk} = \xi_0 (k = 1, 2, \dots, n). \quad (4.5-17)$$

Atunci relația (4.5-6) se scrie:

$$r_{pk} = r_p = \frac{F(\xi_0)}{\gamma L}, \quad (4.5-18)$$

iar relația (4.5-10) devine:

$$(4.5-19) \quad R_{p\infty} = \frac{r_p}{n}. \quad .$$

Sistemul (4.5-13) ia forma:

$$(4.5-20) \quad U_p = \frac{r_p}{F(\xi_0)} \sum_{k=1}^n I_k F(\xi_{kj}).$$

Potențialul (4.5-11) va fi distribuit conform relației:

$$(4.5-21) \quad U = \frac{r_p}{F(\xi_0)} \sum_{k=1}^n I_k F(\xi_k).$$

Dacă, pe lângă faptul că prizele sunt identice, ele mai îndeplinesc și condiția de a fi montate într-o configurație geometrică regulată, expresiile (4.5-18) la (4.5-21) devin și mai simple. La condițiile (4.5-17) se mai adaugă:

$$(4.5-22) \quad I_k = I/n, k=1, 2, \dots, n,$$

iar sistemul (4.5-20) se reduce la o singură ecuație:

$$(4.5-23) \quad U_p = \frac{r_p}{F(\xi_0)} \frac{I}{n} \sum_{k=1}^n F(\xi_{kn}),$$

unde ξ_{kn} reprezintă coordonata (coordonatele) electrodului curent k în raport cu un electrod oarecare n . De aici rezultă rezistența de dispersie a prizei multiple:

$$(4.5-24) \quad R_p = \frac{U_p}{I} = \frac{mr_p}{n} = mR_{p\infty},$$

unde:

$$(4.5-25) \quad m = m_1 = \frac{\sum_{k=1}^n F(\xi_{kn})}{F(\xi_0)}.$$

reprezintă *factorul de ecranare*.

Potențialul în pământ va fi distribuit conform relației (4.5-21):

$$(4.5-26) \quad U = \frac{r_p}{F(\xi_0)} \frac{I}{n} \sum_{k=1}^n F(\xi_k),$$

sau, cu (4.5-23):

$$(4.5-27) \quad \frac{U}{U_p} = \frac{\sum_{k=1}^n F(\xi_k)}{\sum_{k=1}^n F(\xi_{kn})} = \frac{\sum_{k=1}^n F(\xi_k)}{mF(\xi_0)}.$$

După determinarea potențialului cu una din formulele (4.5-26) sau (4.5-27), intensitatea câmpului electric, distribuția densității de curent și a surselor termice etc. se pot calcula cu relațiile (4.3-9) la (4.3-14).

În continuare se va calcula factorul de ecranare și variația potențialului pentru cazul cel mai utilizat în practică, al *prizei de pământ din electrozi cilindrici identici, montați în vârfurile unui poligon plan regulat, în masiv infinit*.

Cei n cilindri identici, de lungime L și diametru d , sunt montați cu axele paralele, pe periferia unui cerc de diametru D din figura 4.24c.

Identificând relația (4.4-16) cu (4.5-4) se obține:

$$(4.5-28) \quad F(\xi) = \frac{\ln \operatorname{cth} \frac{\xi}{2}}{2\pi},$$

iar din (4.4-9) rezultă:

$$F(\xi_0) = \frac{\ln \frac{2L}{d}}{2\pi}. \quad (4.5-29)$$

Ca urmare:

$$m = \frac{\sum_{k=1}^n \ln \operatorname{cth} \frac{\xi_{kn}}{2}}{\ln \frac{2L}{d}}. \quad (4.5-30)$$

Pentru $k = n$ rezultă $\operatorname{cth} \frac{\xi_{nn}}{2} = \frac{2L}{d}$.

Pentru $k \neq n$, conform figurii 4.24d, se obține:

$$\operatorname{ch} \xi_{kn} = \frac{r' + r}{f}; \operatorname{cth} \frac{\xi_{kn}}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{ch} \xi_{kn} + 1}{\operatorname{ch} \xi_{kn} - 1}} = \sqrt{\frac{r' + r + f}{r' + r - f}}. \quad (4.5-31)$$

Dacă însă $r = r'$ și $r + r' = 2r \gg f$, atunci:

$$\operatorname{cth} \frac{\xi_{kn}}{2} = \sqrt{\frac{2r + f}{2r - f}} = \sqrt{1 + \frac{f}{r}} \cong 1 + \frac{f}{2r} = 1 + \frac{c}{r}, \quad (4.5-32)$$

$$r = \sqrt{c^2 + r_{kn}^2} \cong r_{kn} = D \sin \frac{\pi}{n} (n - k) = D \sin \frac{k\pi}{n} \quad (4.5-33)$$

și

$$\ln \operatorname{cth} \frac{\xi_{kn}}{2} = \ln \left(1 + \frac{c}{r} \right) \cong \frac{c}{r} = \frac{c}{D} \frac{1}{\sin \frac{k\pi}{n}}. \quad (4.5-34)$$

Cu acestea, rezultă în definitiv:

$$m = 1 + \frac{\frac{c}{D} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\sin \frac{k\pi}{n}}}{\ln \frac{2L}{d}} = 1 + \frac{L}{2D} \frac{\eta f(n)}{\ln \frac{2L}{d}}, \quad (4.5-35)$$

unde:

$$f(n) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\sin \frac{k\pi}{n}}. \quad (4.5-36)$$

Potențialul în pământ se va calcula cu relația (4.5-27):

$$U = \frac{U_p}{m} = \frac{\sum_{k=1}^n \ln \operatorname{cth} \frac{\xi}{2}}{\ln \frac{2L}{d}}. \quad (4.5-37)$$

Rezistența contactelor electrice

Contactele electrice constituie elementul component esențial din punctul de vedere funcțional, al multor dispozitive și aparate electromagnetice (ca, de exemplu, întreruptoare, separatoare, contactoare, relee etc.), utilizate pentru închiderea sau/și deschiderea unui circuit, aflat sau nu (cazul separatoarelor) sub curent.

Când circuitul trebuie închis, partea așa-zisă mobilă a contactului (o piesă metalică, de obicei din cupru) este deplasată (cu un buton, o manetă etc. – acționate manual sau cu un electromagnet, servomotor etc.) până la atingerea părții fixe a contactului (caz în care se realizează închiderea circuitului), după care urmează fixarea și apăsarea contactului mobil pe cel fix (prin elemente mecanice – pârghii, resoarte etc) astfel încât rezistența de contact să fie cât mai mică posibil, pentru a nu se introduce în montaj rezistențe suplimentare și –mai ales– pentru a nu se încălzi contactul (în scopul evitării pierderilor Joule $r_c I^2$, unde r_c este rezistența contactului iar I intensitatea curentului electric prin contact –valoarea efectivă în c.a. sau constantă în c.c.– și deci a încălzirii contactului, izolației sale etc.).

De fapt, în afara celor de mai înainte, un studiu precis al contactelor electrice și al rezistenței de contact r_c este necesar pentru estimarea –în final– a duratei de viață a aparatelor electrice, deoarece durata de viață depinde în mare măsură de comportarea contactelor în regim permanent (la $r_c = \text{const.}$), de scurtă durată (la manevrele de închidere și deschidere) și sub acțiunea arcului electric ce apare atunci când cele două părți ale contactului (fixă și mobilă) se află la potențiale electrice net diferite, corespunzătoare tensiunii rețelei (uneori, când deschiderea contactului este comandată de relee maxime de tensiune, mai mare chiar decât tensiunea nominală). O modelare a acestor factori necesită folosirea unor relații cuplate care pot descrie atât fenomenele mecanice cât și cele termice care influențează câmpul electric. De exemplu, forța de apăsare la suprafața elementelor de contact influențează temperatura și asigură menținerea contactului închis, în dauna forțelor electrodinamice (v. subcap. 5.5) de repulsie dintre cele două elemente ale contactului.

Aplicația 4.6. *Să se realizeze modelul plan- paralel al unui contact electric.*

În acest scop, se va considera calea de curent a unui întreruptor de curent continuu, unde există un contact de suprafață între două bare de cupru, de secțiune dreptunghiulară. Lungimea barei inferioare este de 30 mm, iar a barei verticale de 15 mm, cu o suprafață de contact de 2 mm² (fig. 4.25). S-a considerat că în cazul conectării pe un scurtcircuit, în contact va fi un curent electric cu densitatea maximă $J = 3 \cdot 10^8$ A/mm².

Pentru analiza acestui contact, s-a folosit un model electrotermic bidimensional (în 2D) cu temperatura mediului ambiant de 20° C. S-a considerat o rezistivitate a materialului conductor (cuprul contactelor) $\rho = 2,35 \cdot 10^{-8}$ Ωm și o conductivitate termică $k = 20$ W/Km.

Algoritmul utilizat a considerat că în cazul acestui întreruptor există o problemă cuplată electro-termică cu următoarea cuplare:

- la momentul zero ($t = 0$) se determină distribuția densității de curent, cu modelul $\bar{J} = \frac{1}{\rho} \bar{E}$

și $\bar{E} = -\text{grad}V = -\nabla V$ sub forma plană:

$$\bar{J} = J_x \bar{i} + J_y \bar{j} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial}{\partial y} \bar{j} \right) V; \bar{E} = \rho \bar{J} \text{ și } \text{rot} \bar{E} = 0,$$

considerându-se căderea de tensiune pe rezistența de contact $r_c I_{sc} = V$ ($r_c = \rho \frac{l}{A} =$
 $= 2,35 \cdot 10^{-8} \frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6}} = 2,35 \cdot 10^{-6} \Omega$ și la $I_{sc} = 3 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 6 \cdot 10^4$ A, adică cu o diferență de
 potențial $V = 2,35 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^4 \text{ V} = 0,141 \text{ V}$) ceea ce conduce la problema :

$$\text{div} \bar{J} = 0 \text{ în interiorul contactelor } \frac{\partial}{\partial x} J_x + \frac{\partial}{\partial y} J_y = 0,$$

$$\bar{J} = J_i \bar{t}_0 = \frac{1}{\rho} \bar{E} = -\frac{1}{\rho} \nabla V \text{ pe suprafețele contactelor ;}$$

- apoi, folosindu-se modelul pentru temperatură în 2D și anume:

$$\frac{\partial}{\partial x} (k_x \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (k_y \frac{\partial T}{\partial y}) + q = \rho_m c \frac{\delta T}{\delta t},$$

în care $T(x,y,t)$ este temperatura în punctul (x,y) la momentul de timp t ; k_x, k_y –
 conductivitățile termice; ρ_m – masa specifică (a cuprului); c – căldura specifică (a cuprului) și q
 – densitatea de volum a energiei. Alegându-se elemente finite triunghiulare de ordinul întâi (v. fig.
 4.25) și folosindu-se procedeul lui Galerkin (v. § 9.2.4), modelul precedent se aproximează prin
 unul numeric (discretizat temporal):

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{T_n - T_{n-1}}{\Delta t};$$

- pierderile în masa contactelor se calculează cu expresia cunoscută (1.103") scrisă sub
 forma densității de putere:

$$p = \frac{1}{2} \rho \int_{\Sigma_{contacte}} J^2 dA, \text{ în W/m}^3.$$

S-a folosit algoritmul:

1. Start.
2. Defișește condițiile inițiale.
3. Atribue timpului valoarea $t \leftarrow t + \Delta t$
 (inițial $t = 0$ și s-a ales un $\Delta t = 0,1 \text{ s}$).

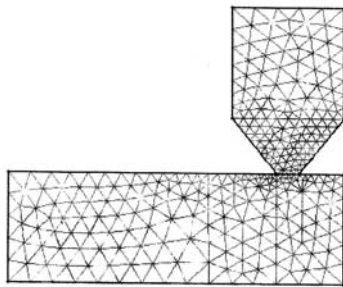


Fig. 4.25

4. Calculează $E(t)$ cu $\gamma e^{t-\Delta t}$ și
 $E(t) \leftarrow J(t)$.
5. Calculează temperatura $T(t)$,
 pentru $E(t)$.
6. Actualizează valoarea lui
 $\gamma = 1/3$
 [modificările de temperatură
 implică modificarea rezistivității
 $\rho_{T_n} = \rho_{T_{n-1}} \alpha(T_n - T_{n-1})$].

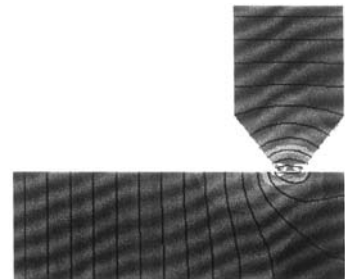


Fig. 4.26

7. Dacă $t \geq t_{impus}$ atunci Stop

altfel se continuă de la 3.

S-a folosit metoda elementului finit, prin utilizarea produsului ANSYS – Emag (v. § 9.3.2)
 iar rezultatele sunt indicate în figurile ce urmează :

- în figura 4.25 – rețeaua de discretizare aplicată întreruptorului (în formă plană, în 2D);
- în figura 4.26 – liniile echipotențiale din cele două contacte;

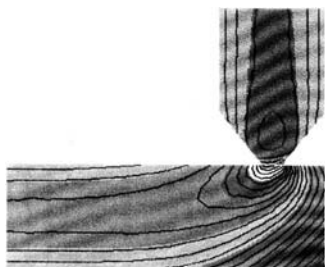


Fig. 4.29

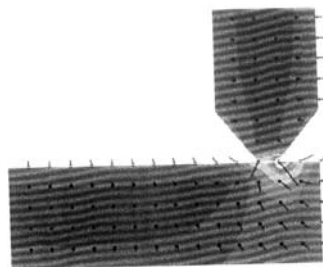


Fig. 4.30

- în figura 4.27 –repartiția vectorului densității de curent (liniile de curent) în cele două contacte;
- în figura 4.28 –spectrul câmpului din interiorul celor două contacte (liniile echipotențiale și liniile câmpului electric \vec{E});
- în figura 4.29 –spectrul câmpului termic (prin izotermele de temperatură);
- în figura 4.30 –fluxul transferului de căldură;

- în figura 4.31 –variația gradientului de temperatură;
- în figura 4.32 –variația temperaturii în $^{\circ}\text{C}$, în lungul contactului (din lungimea de 45 mm ale celor două contacte, s-a ales porțiunea de la 8 mm la 25 mm, pornind de la contactul vertical – mobil, la cel orizontal –fix, ce conține zona de contact electric prin presiune).

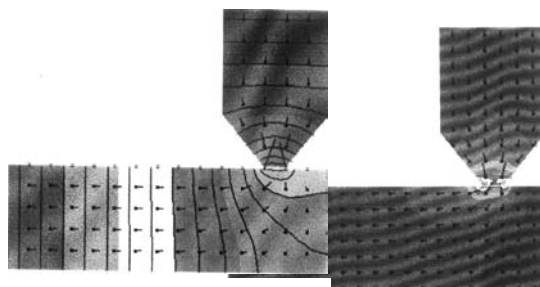


Fig. 4.28

Fig. 4.27

4.6.2. Forme particulare ale legii conducției electrice

După cum se știe (v. § 1.3.10), legea conducției electrice este o lege de material, specifică mediilor conductoare, ce exprimă –în esența ei– faptul că într-un conductor în stare electrocinetică, vectorul densității de curent \vec{J} (care este o mărime de stare electrocinetică a corpurilor) „depinde” de intensitatea locală a vectorului câmp electric \vec{E} . Am scris intenționat vocabula depinde între ghilimele, deoarece relația $f: \vec{E} \rightarrow \vec{J}$ este detrimată de numeroși factori (ca: natura chimică și fizică a materialului, influențe fizice exterioare privind temperatura, presiunea, iradierea, accelerația, câmpul magnetic exterior etc., sau / și interioare privind tensiunile mecanice, suprafețe de discontinuitate etc.), factori ce nu pot fi prinși într-o exprimare concretă, dar generală, a funcției f . De aceea, legea conducției electrice, în exprimarea formală:

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = f[\vec{E}(\vec{r}, t)],$$

necesită numeroase precizări legate de mediul conductor și ambientul său, care –dată fiind marea lor varietate– nu pot fi indicate decât însoțite de multe restricții.

Astfel, forma locală (1.95'') și anume: în orice moment t :

$$\vec{J} = \gamma(\vec{E}_c + \vec{E}_i) \leftarrow \forall P(\vec{r}) \in \Omega_c,$$

implică precizarea că este valabilă numai în medii conductoare Ω_c liniare și izotrope. În

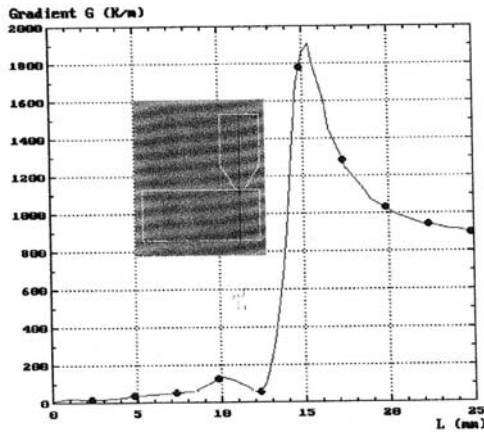


Fig. 4.31

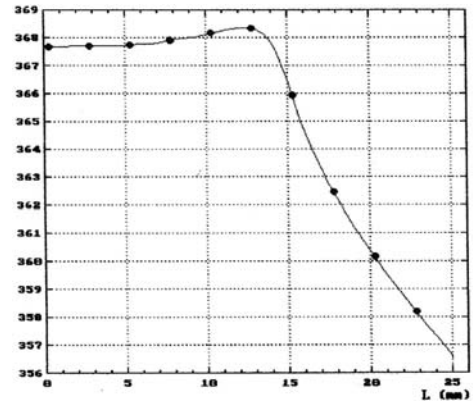


Fig. 4.32

condițiile acestea, considerând forma anterioară ca fiind generală (mai ales că are numeroase aplicații practice concrete), orice altă exprimare legată de situații diverse posibile poate fi considerată ca o formă particulară a legii conducției electrice.

În acest sens, în cele ce urmează, vor fi prezentate câteva cazuri particulare, considerate ca aplicații, pentru că ele își găsesc utilități practice (tehnice).

Aplicația 4.7. Forma locală a legii conducției electrice în cazul unor *conductoare anizotrope* dar *liniare*, care se aplică câtorva conductoare cu rețele cristaline (altele decât cea cubică, unde apare și efectul de neliniaritate), se bazează pe observația experimentală că fiecare componentă a densității de curent (într-un sistem de referință cartezian) depinde direct proporțional (dar cu valori diferite după fiecare axă) de toate componentele vectorului câmp electric, astfel că se poate scrie:

$$\begin{aligned} J_x &= \gamma_{xx}(E_{cx} + E_{ix}) + \gamma_{xy}(E_{cy} + E_{iy}) + \gamma_{xz}(E_{cz} + E_{iz}), \\ J_y &= \gamma_{yx}(E_{cx} + E_{ix}) + \gamma_{yy}(E_{cy} + E_{iy}) + \gamma_{yz}(E_{cz} + E_{iz}), \\ J_z &= \gamma_{zx}(E_{cx} + E_{ix}) + \gamma_{zy}(E_{cy} + E_{iy}) + \gamma_{zz}(E_{cz} + E_{iz}), \end{aligned}$$

în care: $\gamma_{jk} (j, k \in \{x, y, z\})$ sunt nouă constante scalare (nouă valori specifice materialului conductor considerat) de tip conductivitate electrică (cu dimensiunile $[1]/[R][L] = [G]/[L]$), E_{ck} și E_{ik} fiind componentele după direcțiile $k = x, y, z$ ale câmpului electric de tip coulombian (cu $\text{rot } E_c = 0$) și –respectiv– imprimat.

În acest fel, expresia vectorului densității de curent este:

$$\bar{J} = J_x \bar{i} + J_y \bar{j} + J_z \bar{k} = \begin{bmatrix} \gamma_{xx} & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \gamma_{yy} & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \gamma_{zz} \end{bmatrix} \left[(E_{cx} + E_{ix}) \bar{i} + (E_{cy} + E_{iy}) \bar{j} + (E_{cz} + E_{iz}) \bar{k} \right],$$

unde matricea:

$$\begin{bmatrix} \gamma_{xx} & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \gamma_{yy} & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \gamma_{zz} \end{bmatrix}_D = \gamma$$

este matricea componentelor tensorului γ , numit *tensorul conductivității electrice*. Prin urmare, în cazul materialelor anizotrope (dar liniare), comportarea în regim electrocinetic a unui conductor este determinată de nouă mărimi scalare (care sunt elementele matricei γ). Atunci, legea conducției electrice ia forma, în acest caz:

$$\bar{J} = \gamma (\bar{E}_c + \bar{E}_i); \quad (4.7-1)$$

dacă materialul conductor este uniform (situație în care $\bar{E}_i = 0$), fiind totuși anizotrop și liniar, legea ia forma:

$$\bar{J} = \gamma \bar{E} \Leftarrow \text{rot } \bar{E} = 0. \quad (4.7-2)$$

Pentru cele mai multe materiale, matricea γ are preponderență diagonală, adică îndeplinește condițiile:

$$\gamma_{jj} > \sum_{k \neq j} \gamma_{jk} \text{ sau/și } \gamma_{kk} > \sum_{j \neq k} \gamma_{jk}, \quad j, k \in \{x, y, z\},$$

ceea ce permite scrierea matricei conductivităților electrice numai prin elementele de pe diagonală, legea conducției electrice luând altă formă particulară și anume:

$$\bar{J} = \begin{bmatrix} \gamma_{xx} & & 0 \\ & \gamma_{yy} & \\ 0 & & \gamma_{zz} \end{bmatrix} (\bar{E}_c + \bar{E}_i).$$

Aplicația 4.8. Forma locală a legii conducției electrice în cazul conductoarelor neliniare, dar izotrope, este determinată de faptul că mărimea de material conductivitatea electrică are o valoare care – la destule materiale variază în funcție de intensitatea locală a câmpului electric sau/și de mărimea densității de curent, ceea ce se scrie în forma:

$$\gamma = \gamma(E, J) \text{ și } \rho = \rho(E, J) \Rightarrow \frac{J}{E} \neq \text{const.}$$

În mod formal –pentru a păstra exprimarea generală (1.95'') și în cazul materialelor neliniare– legea conducției electrice are modelul:

$$(4.8-1) \quad \bar{J} = \gamma(E) \bar{E} \text{ și } \bar{E} = \rho(J) \bar{J},$$

care reprezintă relații neliniare (cu coeficienți variabili). Dat fiind că în prezent există algoritmi și programe de rezolvare rapidă (cu sisteme de calcul automat) a ecuațiilor neliniare, singura condiție fiind aceea de a se cunoaște funcțiile $\gamma(E)$ sau $\rho(J)$ –de obicei determinate experimental și redată sub formă de grafice (care pot fi introduse în calculator prin scanare)– utilizarea legii sub forma (4.8-1) nu prezintă prea mari dificultăți.

Pentru forma integrală a legii conducției electrice, adică $u_f + e = Ri$, rezultă că pentru un corp conductor confecționat dintr-un material conductor neliniar, legea globală a inducției electrice este tot o relație neliniară:

$$(4.8-2) \quad u_f + e = R(i)i \text{ sau } i = G(u)(u_f + e),$$

având coeficienții R și G variabili în funcție de curent și / sau tensiune.

Deși marea majoritate a materialelor neliniare sunt –în același timp– și neomogene, deci au câmp electric imprimat, sunt multe situații în care dispozitivele conductoare (rezistive), concepute ca elemente componente de circuit electric (de exemplu, metalul din aliaje pe bază de wolfram folosit la construcția filamentului lămpilor cu incandescență, care este neliniar în special datorită încălzirii), sunt fără câmp imprimat ($\bar{E}_i = 0$), adică sunt elemente de circuit pasive. În acest caz legea conducției electrice devine:

$$(4.8-3) \quad u_f = R(i)i \text{ sau } i = G(u)u_f$$

și pentru folosirea lor se determină experimental, pentru fiecare element component de circuit (numit –la modul generic– și *rezistor*), în formă de grafic, așa –numita *caracteristică curent-tensiune* $I = f(u)$ denumită și caracteristica volt-ampere.

În general, toate materialele conductoare sunt neliniare, comportarea liniară a unora dintre ele (cupru, aluminiu, alamă etc.) fiind limitată la anumite domenii de valori ale tensiunilor și curenților. Mai mult, prin însuși faptul că în stare electrocinetică toți conductorii se încălzesc (datorită transformării de energie în conductori – v. efectul Joule) și deci –v. relația (1.64)– rezistivitatea materialului (care la metale crește cu temperatura) variază cu intensitatea la pătrat a curentului, deoarece –local– densitatea de volum a puterii disipate, ce produce încălzirea, este $p = \rho J^2$.

Sunt cazuri –și nu puține– când aplicațiile practice se bazează pe neliniaritatea componentelor de circuit (mai ales în cazul circuitelor electronice, la care tratarea semnalelor se bazează –în multe cazuri– pe neliniaritatea dispozitivelor electronice: diode semiconductoare, tranzistoare, tiristoare etc., deși sunt situații – de exemplu amplificarea semnalelor mici de tensiune, transmiterea semnalelor etc. când neliniaritatea creează neajunsuri prin faptul că deformează semnalele, fidelitatea amplificării sau transmisiei fiind micșorată). Există și aplicații tehnice care utilizează dispozitive (componente de circuit) în mod special neliniare, fie în funcție de tensiune (dispozitive numite *varistoare*) folosite ca „descărcătoare electrice” pentru protecția la supratensiuni în instalațiile electrice (produse de electricitatea atmosferică), fie în funcție de curent (în cazul așa – numitelor *baretoare*).

Aplicația 4.9. *Legea conducției electrice în câmp magnetic transversal* se referă la descrierea așa-numitelor **efecte-galvanomagnet**, așa cum este **efectul Hall**, **efectul Ettingshausen** (v. Fizica) și **efectul Nernst**.

Efectele galvanomagnet sunt reprezentate în totalitatea fenomenelor de conducție electrică în care se manifestă influența câmpului magnetic, propriu sau exterior (în care se află conductorul sau semiconductorul – la care acest efect este mai pronunțat). Din punctul de vedere al teoriei macroscopice, se consideră că aceste efecte se datoresc forțelor suplimentare –de natură magnetică– ce se exercită asupra purtătorilor de sarcină electrică în mișcare (cu $\bar{w} \neq 0$), care se suprapun peste cele de natură electrică (de tipul: $\bar{F} = q_m \bar{E}$, unde q_m este sarcina electrică a particulei microscopice).

Efectul Hall se poate prezenta mai simplu dacă se consideră o plăcuță paralelipipedică, cu dimensiunile a , l și d (grosimea plăcii), din materialul conductor sau semiconductor, argintată pe cele două fețe opuse (cu suprafața $a \cdot d$), reprezentată în figura 4.33.



Atunci când plăcuța conductoare se află într-un câmp magnetic uniform, caracterizat de vectorul inducției magnetice \vec{B} , situat pe direcția Oz (deci orientat perpendicular pe

The diagram shows a rectangular prism with dimensions l (length), a (width), and d (height). A magnetic field vector \vec{B} is applied parallel to the length l . A current density vector \vec{j} is also parallel to \vec{B} . A vector \vec{w} is shown originating from the center of the prism. The force density is given by $\vec{F}_s = q_n(\vec{w} \times \vec{B})$. The prism is labeled with '1' and '2' at its ends along the l dimension.

Fig. 4.33

$$u_H = R_H \frac{Bi}{d} ,$$

Scriindu-se relatia (4.9-1) sub forma:

$$u_H = R_H \frac{B}{d} i = Ki, \quad (4.9-2)$$

în care termenul de proporționalitate $K = R_{\mu} B / d$ are dimensiunile:

$$[K] = [L]^3 [I]^{-1} [t]^{-1} [B] [L]^{-1} = [L]^3 [I]^{-1} [t]^{-1} [\Phi] [L]^{-3} = [I]^{-1} [t]^{-1} [U] [t] = \frac{[U]}{[I]} = [R],$$

Efectul Hall poate fi explicat pe cale macroscopică în felul următor. Aplicându-se o tensiune electrică u pe direcția l a lungimii plăcii, între fețele frontale (hașurate în figura 4.33) se produce (în punctele din interiorul plăcii și pe direcția l , adică Ox) un câmp electric cu intensitatea \vec{E}_l (fig. 4.34), ce rezultă din relația: $u = \int \vec{E}_l \cdot d\vec{l}$.

Sub influența acestui câmp electric, particulele elementare libere, având sarcina electrică q_m (considerându-se $q_m > 0$, de exemplu, purtători de tip acceptor – „goluri pozitive” – din semiconductori – v. Fizica), sunt supuse forțelor coulombiene (2.21), și anume $\vec{F}_c = q_m \vec{E}_i$, care

determină deplasarea acestor purtători de sarcină microscopici pe direcția lui \vec{E}_l cu viteza \vec{w} , producând un curent cu densitatea \vec{J} (v. fig. 4.34).

În aceste condiții, dacă plăcuța este introdusă într-un câmp magnetic cu inducția magnetică perpendiculară pe placă, adică pe muchiile plăcii de lungime l , deci și pe \vec{J} (v. fig. 4.34), asupra purtătorilor de sarcină electrică $q_m > 0$, care se deplasează cu viteza medie \vec{w} , se va exercita o forță suplimentară –și anume forța lui Lorentz (v. subcap. 5.5)– care, conform expresiei (1.31) are forma:

$$(H1) \quad \vec{F}_m = q_m \left(\vec{w} \times \vec{B} \right).$$

Sub acțiunea acestei forțe particulele (purtătorii de sarcini) sunt –în primul moment după stabilirea câmpului magnetic– deviate de la traiectoria lor rectilinie inițială (în lungul muchiei l) astfel încât pe fețele laterale 1 și 2, de suprafață $l \cdot d$, se va produce o aglomerare de sarcini electrice egale, dar de semne contrare (v. fig. 4.34). Atunci, între aceste fețe –pe care există densități superficiale de sarcină electrică, egale dar de semn opus– apare un câmp electric suplimentar \vec{E}_H numit câmpul Hall, a cărui integrală curbilinie de la fața 1 la 2 pe lungimea a (v. fig. 4.34) reprezintă tocmai tensiunea Hall u_H :

$$u_H = \int_{a:1 \rightarrow 2} \vec{E}_H \cdot d\vec{l}.$$

Câmpul Hall, \vec{E}_H , acționează și el asupra purtătorilor de sarcină din masa plăcuței, cu forța electrică $\vec{F}_H = q_m \vec{E}_H$, care tinde să echilibreze forța \vec{F}_m dată de relația (H1). Forța \vec{F}_m fiind de proveniență magnetică (deci neelectrică) se poate considera că determină un câmp imprimat de volum de origine magnetică și anume:

$$(H2) \quad \vec{E}_{iH} = \vec{F}_m / q_m = \vec{w} \times \vec{B},$$

astfel încât efectul Hall poate fi considerat ca efect al unui câmp imprimat de natură magnetică (câmpul imprimat Hall, \vec{E}_{iH}).

Separarea sarcinilor electrice pe cele două fețe continuă până când cele două forțe \vec{F}_H (de natură electrică) și \vec{F}_m (de natură magnetică) se anulează reciproc sau –conform condiției de echilibru $\vec{E}_H = -\vec{E}_{iH}$ – până când $\vec{E}_H - \vec{E}_{iH} = 0$, după care purtătorii de sarcini revin la deplasarea lor rectilinie în lungul lui l . Din condiția de echilibru $\vec{F}_H + \vec{F}_m = 0$, rezultă:

$$q_m \vec{E}_H + q_m \left(\vec{w} \times \vec{B} \right) = 0$$

și de aici expresia intensității \vec{E}_H a câmpului Hall:

$$\vec{E}_H = - \left(\vec{w} \times \vec{B} \right) = - \frac{\vec{J}}{p \cdot q_m} \times \vec{B} = - \frac{1}{p \cdot q_m} (\vec{J} \times \vec{B}) = -\vec{E}_{iH}. \quad (H3)$$

Termenul final al relației (H3) s-a obținut înlocuind viteza medie \vec{w} prin explicitarea ei din interpretarea matematică dată de teoria macroscopică densității curentului electric de conducție:

$\vec{J} = p q_m \vec{w}$, unde p este concentrația atomilor acceptori din masa plăcuței (semiconductoare), în $[1/m^3]$ sau $[m^{-3}]$.

Atunci expresia tensiunii Hall va fi:

$$u_H = \int_{a:1 \rightarrow 2} \vec{E}_H \cdot d\vec{l} = \int_{a:1 \rightarrow 2} \frac{\vec{J} \times \vec{B}}{p q_m} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{p q_m} \int_{a:1 \rightarrow 2} \vec{J} \cdot \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{p q_m} \cdot J B a,$$

sau (împărțindu-se și înmulțindu-se ultima expresie cu d):

$$u_H = \frac{d}{d} \cdot \frac{1}{pq_m} JBa = \frac{1}{pq_m} \cdot \frac{B}{d} \cdot J(ad) = \frac{1}{pq_m} \cdot \frac{B}{d} i = R_H \frac{B}{d} i, \quad (H4)$$

adică forma (4.9-1), deoarece ad este aria fețelor frontale (hașurate în figura 4.33), $J(ad)=i$ (intensitatea curentului prin plăcuța semiconductoare), iar coeficientul $1/pq_m$ (care are dimensiunea, în unități de măsură, $\frac{1}{\frac{1}{[m^3]}[C]} = [m^3/C]$) reprezintă constanta Hall, R_H .

Ținându-se seama de expresiile (H4), legea conducției electrice în cazul efectului Hall (al plăcuței din figura 4.33), sub forma locală (1.95), devine în acest caz particular:

$$(\bar{E}_c + \bar{E}_i) = \rho \bar{J} \Rightarrow (\bar{E}_{rez.} + E_{iH}) = \rho \bar{J} \rightarrow \left(E_{rez.} + \frac{\bar{J}}{pq_m} \times \bar{B} \right) = \rho \bar{J}$$

sau, deoarece $1/pq_m = R_H$:

$$\bar{E}_{rez.} + \frac{1}{R_H} (\bar{J} \times \bar{B}) = \rho \bar{J}, \quad (4.9-3)$$

precum și:

$$\bar{E}_{rez.} = \rho \bar{J} - \frac{1}{R_H} (\bar{J} \times \bar{B}). \quad (4.9-4)$$

Aceste forme particulare ale legii conducției electrice, (4.9-3) și (4.9-4), referitoare la efectul Hall, evidențiază faptul că starea electrocinetică locală este determinată nu numai de intensitatea $\bar{E}_{rez.}$ a câmpului electric rezultat din plăcuță, ci și de inducția magnetică \bar{B} produsă de un câmp magnetic exterior. Câmpul electric rezultat, $E_{rez.}$ (v. fig. 4.34) nu mai este paralel cu densitatea de curent \bar{J} (fig. 4.34), ci este „încălinat” cu un unghi α , având o componentă în lungul plăcuței l (\bar{E}_l) și una perpendiculară pe muchia l (\bar{E}_H – adică tocmai câmpul Hall). Toate acestea arată că, în cazul efectului Hall, există o anizotropie de origine magnetică.

Aplicațiile practice, în tehnică și în Fizică, ale efectului Hall sunt numeroase, printre care:

- determinarea semnelor sarcinii purtătorilor majoritari de sarcină electrică dintr-un semiconductor dat;

- determinarea densității de volum a purtătorilor de sarcini: $p_k = \frac{\Delta p_k}{\Delta v}$, în număr de impurități de tip k pe m^3 ;

- utilizarea ca element sensibil pentru explorarea câmpului magnetic, cu plăcuțe a cărei constantă Hall, R_H , este bine determinată;

- realizarea unor traductoare și senzori în sistemele de măsurat, control și automatizare (cu utilizarea unor plăcuțe din semiconductori ca: germaniu, indiu-stibiu, indiu-arsen etc., la care efectul Hall este foarte intens).

Efectul Ettingshausen este legat de efectul Hall și de anumite manifestări termice. Astfel, experiența arată că tensiunea Hall pe fețele unei plăcuțe este însoțită de stabilirea unei diferențe de temperatură între aceste fețe, care este –totuși– de valoare foarte mică (observabilă cu termometre de mare sensibilitate).

Efectul Nernst este tot un efect galvanomagnetic și constă în apariția unei diferențe de temperatură pe direcția curentului (între fețele hașurate, frontale ale plăcuței din figura 4.33), ca urmare a creșterii rezistivității conductorului/semiconductorului plăcuței odată cu creșterea inducției magnetice \bar{B} a câmpului magnetic în care este situată plăcuța.

Experiența arată că rezistivitatea ρ a unui conductor crește (sau conductivitatea sa γ scade) odată cu creșterea câmpului magnetic, conform expresiei aproximative:

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma_0} = k(\dots)$$

în care γ_0 este conductivitatea materialului în lipsa câmpului magnetic și k este un coeficient de material (exprimat în $\text{m}^8/\Omega^2\text{A}^2\text{s}^2$). Această relație este determinată prin procedee ale teoriei microscopice.

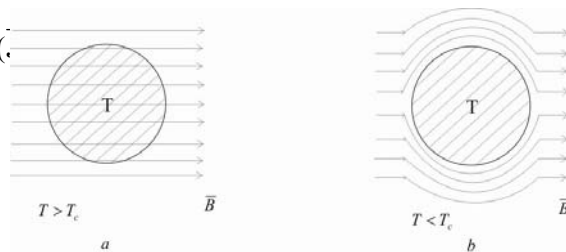


Fig. 4.36

Aplicația 4.10. S-a arătat în paragraful 1.2.3 că rezistivitatea electrică ρ (sau conductivitatea electrică $\gamma=1/\rho$) variază cu temperatura, conform relației (1.64) și datelor din tabelul 1.3. Legat de acest fapt, *prin această aplicație se dorește prezentarea unei categorii aparte de materiale conductoare și anume materialele supraconductoare și fenomenul supraconductivității electrice, cazuri ce ies de sub incidența legii conducției electrice.*

Supraconductivitatea electrică este un fenomen care constă în anularea bruscă a rezistivității unui mediu conductor atunci când temperatura sa scade la valori situate sub o anumită limită (de ordinul câtorva kelvin [K]), limită numită *temperatură critică*, T_c . Astfel, pentru mercur temperatura critică este $T_c=4,2\text{K}$ (temperatura sub care rezistivitatea mercurului se anulează brusc; deci $T<4,2\text{K} \Rightarrow \rho_{\text{Hg}}=0$), experiența arătând că temperatura critică este o constantă de material, adică valoarea ei depinde de natura chimică și fizică a conductorului. Astfel, în figura 4.35 este reprezentată variația rezistivității plumbului și thaliului la trecerea în stare de supraconductivitate, atunci când temperatura corpului conductor atinge temperatura critică T_c specifică naturii sale.

Experiențele au arătat că la conductorii aflați în stare de supraconductibilitate există următoarele caracteristici comune:

- densitatea de curent este repartizată superficial (sub forma unei pânze de curent);
- câmpul magnetic propriu, în interiorul conductorului în stare de supraconductibilitate, Ω_{spc} , este nul, adică:

$$\overline{B}(P) = 0 \Leftarrow \forall P \in \Omega_{\text{spc}};$$

- dacă un conductor se află într-un câmp magnetic exterior nu prea intens, cu inducția magnetică \overline{B} (de exemplu, așa ca în figura 4.36 a), și temperatura lui scade sub cea critică ($T<T_c$), atunci câmpul magnetic este expulzat complet din interiorul conductorului (așa ca în exemplul din figura 4.36 b). Acest fenomen este cunoscut sub numele de *efect Meissner* (de exemplu, pentru plumb, un câmp magnetic cu $B<90\text{mT}$ nu pătrunde în interiorul materialului dacă $T_{\text{pb}}<8\text{K}$ –v.fig. 4.37);

- dacă câmpul magnetic exterior este mai intens, starea de supraconductibilitate poate dispărea brusc, iar valoarea inducției B peste care se produce acest fenomen invers, notată cu B_c ,

poartă numele de *inducție (magnetică) critică* (se utilizează și mărimea intensitatea critică H_c a câmpului magnetic). Această valoare depinde de temperatura critică a materialului (T_c) și de o valoare de prag a câmpului magnetic, exprimată prin intensitatea H_0 (specifică fiecărui material), precum și de temperatura T la care se află corpul, între care există o relație de forma:

$$(4.10-1)$$

$$H_c(T) = H_0[1 - (T/T_c)^2],$$

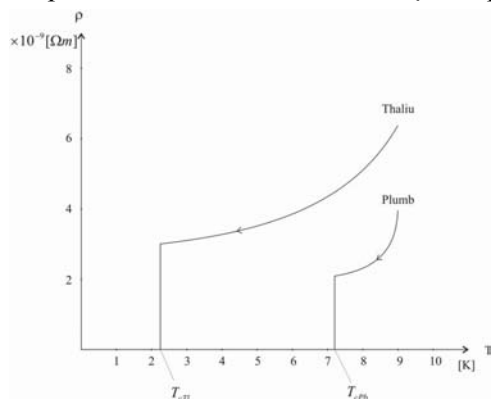


Fig. 4.35

ce se verifică experimental cu o bună aproximație (care depinde și de precizia cu care sunt determinate valorile H_0 și T_c pentru fiecare material). Experiența a mai arătat că starea de supraconducție dispăre brusc chiar dacă valorile critice (H_c sau B_c) ale câmpului magnetic sunt atinse într-un singur punct. Astfel, în figura 4.37 este reprezentată variația inducției magnetice critice B_c în funcție de temperatura critică T_c , pentru câteva metale (staniu –St, mercur –Hg și plumb –Pb) și aliaje supraconductoare (neodim-aluminiu Nd_3Al și neodim-staniu Nd_3Sn). Pentru valori situate deasupra curbei sale din graficul 4.37, materialul în cauză își pierde starea de supraconductibilitate.

Supraconductibilitatea, și domeniul de activitate pe care l-a determinat: criogenia, au numeroase aplicații practice (tehnice), în transportul la mari distanțe și la puteri mari a energiei electrice, în construcția de generatoare electrice și transformatoare electrice cu puteri nominale foarte mari (toate aceste aplicații în scopul reducerii pierderilor prin efectul Joule în rezistența conductoarelor liniilor și bobinelor mașinilor electrice), precum și în domeniul circuitelor magnetice (așa-zisi magneți supraconductori).

Aplicația 4.11. Dependența relativ puternică a rezistivității electrice de temperatura, a pus problema **legăturii** ce ar putea exista **între conductivitatea electrică γ și conductibilitatea termică (λ sau k)**, mai ales că s-a constatat că metalele cu conductivitate γ mare au și o conductibilitate λ mare.

Experiențele au arătat că, pentru foarte multe conductoare metalice există următoarea relație (cu caracter general universal):

$$\lambda = \gamma L^{\infty} B(T) \quad (4.11.1)$$

denumită *legea lui Wiedemann și Franz*, în care T este temperatura absolută a corpului metalic și L –numită *constanta lui Lorentz*– este o constantă universală având valoarea $L=2,45 \cdot 10^{-8} \text{ W}\Omega\text{grd}^2$.

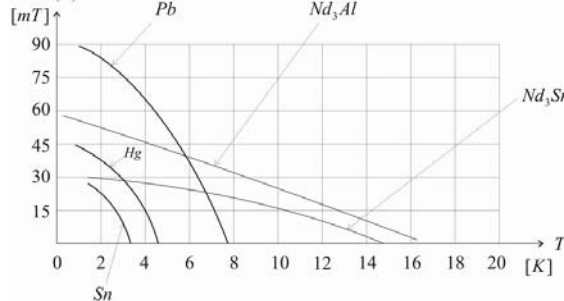


Fig. 4.37

4.6.3. Pile și acumulatori electrice

Pilele electrice și acumulatorii electrice sunt surse de energie electrică utilizate frecvent în practica aplicațiilor tehnice în curent continuu, la puteri și tensiuni electrice nu prea mari (până la 5kW și 24 V, foarte rar cel mult 120V). Pilele și acumulatorii electrice sunt *elemente galvanice* (v. §4.3.2., subparagraful „Câmpuri imprimate galvanice”), făcând parte din clasa *surselor electrochimice de energie electrică*, în care energia proceselor chimice este transformată în energie electrică.

Cele mai răspândite aplicații tehnice ale câmpului electromagnetic în regim electrocinetic staționar (de curent continuu) sunt: *electroliza* (pentru producerea unor metale ca aluminiul electrolitic, cuprul electrolitic ș.a., depunerile sau acoperirile metalice ale unor piese, cum ar fi: nichelarea, cromarea etc.); *tracțiunea electrică cu motoare de curent continuu* cu excitația în serie (v. Mașini electrice), care au un cuplu foarte mare la pornire și o caracteristică mecanică (viteza de rotație → cuplu mecanic rezistent) aproape hiperbolică – cea mai potrivită în acționările de tip tracțiune; *unele procedee de sudare în curent continuu*; *alimentarea de siguranță* (în cazul unor căderi de tensiune în rețeaua de alimentare permanentă cu energie electrică) a unor receptoare de energie electrică ce nu admit întreruperi de alimentare (instalațiile de monitorizare, echipamentele de operare în stațiile electrice, iluminatul de siguranță, instalațiile de protecție și alarmare, semnalizările luminoase de avertizare, foarte multe aparate electrice utilizate în medicină ș.a.); *electrocărele și transportoarele electrice nepoluante*; *echipamentul (partea) electrică a*

autovehiculelor (autoturisme, autocamioane, autoutilitare, autobuze, vagoanele de călători pe calea ferată și multe altele); *alimentarea aparaturii și instalațiilor electronice* de orice fel (care au nevoie de surse electrice pentru „activarea” unor elemente de circuit și fixarea așa-zisului punct static de funcționare – v. ”Dispozitive și circuite electronice”); *asigurarea protecției anticorozive a conductelor* (a țevelor metalice pentru transportul și distribuția produselor fluidice îngropate în sol sau în apă – traversări de cursuri de apă, lacuri și mări) și încă multe altele.

Din cele enumerate în lista precedentă, multe aplicații (referitoare la receptoarele de putere, ce funcționează cu intensități mari ale curentului electric, cu tensiuni mai mari sau în locuri unde nu se poate asigura o exploatare convenabilă –economic și tehnic– a bateriilor de acumulare), ca, de exemplu, electrolizele industriale, tracțiunea electrică (locomotive, tramvaie, trolebuze etc.), alimentarea de siguranță în spitale, muzee, bănci etc., alimentarea aparaturii electronice staționare etc. se face prin adaptoare de curent alternativ – curent continuu (formate, în principiu, dintr-un transformator de rețea, un redresor și –eventual– filtre trece jos), grupuri de mașini convertizoare (motor electric în c.a. –asincron sau sincron, conectate la rețeaua locală de c.a.– ce acționează un generator de c.c., utilizat frecvent la sudarea electrică în c.c.), așa-zisele grupuri electrogene (formate dintr-un motor primar de tip Diesel și un generator electric-de curent continuu sau de curent alternativ/alternator cu redresor etc.). În alte cazuri, foarte răspândite, alimentarea în curent continuu se face cu ajutorul acumuletoarelor sau pilelor electrice (întotdeauna, partea electrică a autovehiculelor are o baterie de acumulare; electrocarele și transportoarele uzinale nepoluante sunt alimentate de baterii de acumulare (încercările din ultimii ani de a promova autoturismul electric, cu autonomie de deplasare din ce în ce mai mare: 200...500 km, au condus la perfecționarea acumuletoarelor electrice și apariția de noi tipuri, cu raportul capacitate/volum din ce în ce mai mare); alimentarea de siguranță în stațiile electrice și în camerele de control a proceselor (de tip SCADA – sisteme centrale de achiziționare a datelor, monitorizare și automatizare) se face exclusiv cu acumuletoare electrice; alimentarea aparaturii electronice portabile, atât de diverse, se face de la pile electrice (unele receptoare radio, aparatura de redare –la purtător– a compact discurilor/așa-zisele „Discman”, de ascultare în timpul plimbării a casetelor audio/”Walkman”) a unor sisteme de iluminat portabile –lanterne, a ceasornicelor portabile, a calculatoarelor de buzunar, a agendelor electronice de buzunar, a unor aparate medicale portabile– ca de exemplu tensiometrele arteriale electronice, a aparatelor electronice portabile de măsurat –de exemplu– multimetrele, a dispozitivelor de comenzi de la mică distanță ș.a) sau de la baterii de acumulare (calculatoarele portabile automate de tip PC – numite „Laptop”-uri, aparatele de telefonie mobilă, unele lanterne ca, de exemplu, cele ale minerilor, unele dispozitive de semnalizare temporară a avariilor de pe șosele și autostrăzi etc.).

S-a insistat asupra anterioarei enumerări pentru a se justifica importanța pe care o au aceste surse electrochimice (atât de numeroase, ca structură și ca tipuri comerciale cu o mare varietate) și atenția ce li s-a acordat prin aplicațiile ce vor urma.

În general, sursele electrochimice (elementele galvanice) sunt caracterizate de următorii parametri:

- tensiunea electromotoare E (adică tensiunea la bornele sursei aflată „în gol”, deci deconectată din circuit);
- rezistența internă, r (proprie, a sursei);
- capacitatea bateriei (o baterie fiind formată din mai multe elemente singulare, tipice, conectate între ele mai ales în serie). Ea se notează cu Q și se exprimă în coulombi sub forma amperi-secunda[As], dar pentru acumuletoarele industriale se indică în amperi-oră[Ah], fiind evident ca $1Ah=3600As=3600C$. Capacitatea unei surse electrochimice este limitată de reacțiile chimice care au loc în timpul utilizării ei, de dimensiunile ei și de tipul constructiv;
- uneori „caracteristica externă”, adică graficul variației (dependenței) tensiunii la bornele sursei U în funcție de intensitatea curentului de lucru I (zis și curent de sarcină), adică graficul $U=f(I)$;
- masa și volumul sursei, în [kg] și [dm³];

- parametrul de calitate sub forma raportului dintre capacitatea bateriei și masă sau volumul ei (Ah/kg sau Ah/dm³);

- uneori (la sursele reversibile) numărul minim de „descărcări – încărcări” posibile.

Din punctul de vedere al transformării energiei proceselor chimice ↔ energie electrică, elementele galvanice se împart în două categorii:

- *elementele galvanice primare*, numite *pile electrice*, care sunt caracterizate de faptul că transformarea energiei proceselor chimice în energie electrică este practic ireversibilă (adică nu se pot „reîncărca” electric), ceea ce înseamnă că starea chimică-structurală inițială nu se poate face pe cale electrică, ci numai prin readucerea pilei electrice în starea inițială pe calea reînnoirii substanțelor active – ceea ce, în prezent, când se folosesc pe scară largă pile electrice de mici dimensiuni, foarte ieftine și de tip uscat – nu se aplică niciodată. Aceste elemente au o rezistență internă mare și un curent de sarcină mic (de ordinul mA);

- *elemente galvanice secundare*, numite *acumulatori electrice*, care sunt surse reversibile, în sensul că în ele reacțiile chimice se succed în mod invers atunci când curentul din electrolit este inversat (acumulatorul se zice că se „descarcă” atunci când el debitează energie electrică, în electrolit sensul curentului fiind de la borna – la cea +; dacă o sursă electrică externă va ceda energie electrică acumulatorului, sensul curentului fiind, prin electrolit, de la borna + către cea –, se zice că acumulatorul se „încarcă”, energia proceselor chimice refăcând starea inițială). Acumulatorii electrice au rezistențe interioare foarte mici (câțiva miliohmi, mΩ) și lucrează la curenți de sarcină de ordinul amperilor sau zecilor de amperi. Elementele galvanice secundare se numesc acumulatori electrice pentru că în fond ele stochează energie sub formă electrochimică.

Cu toată varietatea, mare, a soluțiilor date de producători pentru obținerea diverselor construcții ale surselor electrochimice, aceste surse sunt formate –principial– după aceeași schemă: un electrolit (deci un conductor ionic) este în contact cu doi conductori metalici (să le zicem conductori electronici) de natură chimică diferită sau stări fizico-chimice diferite, numiți electrozi și care constituie bornele + și – ale sursei. În zona de contact a electrozilor cu electrolitul apare un câmp imprimat galvanic (v. §4.3.2.) și o tensiune de contact, care depinde de natura electrodului și valența sa, de concentrația electrolitului, de temperatură etc. Această tensiune se numește *tensiune de electrod* și –dacă se măsoară direct față de un electrod comun de referință– reprezintă așa-numitul *potențial de electrod*. Câteva valori ale potențialului de electrod sunt indicate în tabelul 4.3. (valorile din tabel sunt –de fapt– tensiunile de electrod ale unor elemente metalice cufundate într-un electrolit format din soluția unei sări a aceluiași element, în raport cu electrodul normal de hidrogen –format dintr-un electrod de platină cufundat într-o soluție normală de ioni de hidrogen– considerat ca electrod de referință, adică având potențialul de electrod zero volți, la orice temperatură).

După cum se poate vedea din acest tabel, alegându-se doi electrozi cu totul diferiți (din punctul de vedere al potențialului de electrod) și un electrolit adecvat, se poate obține o tensiune electromotoare de la 0,48 la 0,62 V a elementului galvanic. Într-adevăr, neglijându-se câmpurile electrice imprimate, de natură negalvanică și notându-se electrozii cu 1 și 2, iar electrolitul cu 0, integrala curbilinie de-a lungul unei linii Γ (ce trece prin electrolitul 0 și este cuprinsă între electrozi) a intensității câmpului imprimat \overline{E}_i , care –conform definiției (4.3')– reprezintă t.e.m. a elementului galvanic, este:

$$e = \int_{\Gamma:1 \rightarrow 0 \rightarrow 2} \overline{E}_i \cdot d\overline{l} = \int_{\Gamma:1 \rightarrow 0} \overline{E}_i \cdot d\overline{l} + \int_{\Gamma:0 \rightarrow 2} \overline{E}_i \cdot d\overline{l} = - \int_{\Gamma:1 \rightarrow 0} \overline{E}_c \cdot d\overline{l} + \int_{\Gamma:2 \rightarrow 0} \overline{E}_c \cdot d\overline{l} = - \int_{\Gamma:0 \rightarrow 2} \overline{E}_c \cdot d\overline{l} + \int_{\Gamma:0 \rightarrow 1} \overline{E}_c \cdot d\overline{l},$$

deoarece, conform condiției de echilibru, $\overline{E}_i = -\overline{E}_c$. Ca urmare se deduce:

$$e = \Delta U_{10} - \Delta U_{20},$$

ceea ce înseamnă că tensiunea electromotoare a unui element galvanic este egală cu diferența dintre tensiunile de electrod al cuplului ales.

Tabelul 4.3

Potențiale de electrod

Elementul (electrodul)	Potențialul de electrod [V]	Elementul (electrodul)	Potențialul de electrod [V]
Potasiu	-2,92	Cadmiu	-0,42
Bariu	-2,9	Nichel	-0,23
Calciu	-2,84	Plumb	-0,15
Sodiu	-2,71	Staniu	-0,14
Magneziu	-2,38	Cupru	+0,34
Aluminiu	-1,66	Mercur	+0,76
Mangan	-1,05	Argint	+0,80
Zinc	-0,77	Platină	+1,2
Fier	-0,43	Aur	+1,7
		Hidrogen	0

Pe schemele electrice, sursele electrochimice se reprezintă prin unul din simbolurile indicate în figura 4.38 (*a* – pentru un singur element galvanic și *b* – pentru o baterie de astfel de elemente).

Totdeauna liniuța mai lungă și mai subțire reprezintă borna +, iar cea scurtă și mai îngroșată electrodul (borna) –. De aceea, indicarea acestor semne pe schema reprezintă o tautologie.

Aplicația 4.12. *Pilele electrice*, comercializate în prezent într-o extrem de mare varietate de forme, dimensiuni, structuri și procedee tehnologice (care caută să se adapteze condițiilor de utilizare și să aibă o durată de viață mai mare, un cost atractiv etc.) nu pot fi prezentate printr-un element comun. Majoritatea pilelor electrice utilizate în prezent sunt comercializate ca unic element galvanic (nu sub formă de baterii, asocierea în baterii de pile electrice făcându-se de cele mai multe ori în caseta aparatului ce găzduiește pilele), au o t.e.m. de cca. 1,5 V, au electrolitul sub o formă uscată (de pastă) de cele mai multe ori alcalin, iar electrozii sunt extrem de diverși (cadmiu, litiu, argint, cupru, zinc, cărbune etc.), unul din electrozi (exterior) are rolul de carcasă („vas”) reprezentând borna –, iar cel central borna +. Cele mai multe conțin și un așa-zis depolarizant (de exemplu bioxid de mangan, la pilele manganoase).

Totuși -spre exemplificare- în continuare se va prezenta o pilă electrică clasică cu caracter didactic și anume *elementul Volta* (fig.4.39), care reprezintă cea mai simplă pilă electrică, fiind formată dintr-un electrod de zinc și altul din cupru, plasați într-o soluție apoasă de acid sulfuric.

În acest fel, conform datelor din tabelul 4.3, t.e.m. a pilei Volta este :

$$E_V = 0,34 - (-0,77) = 1,11 \text{ V},$$

dar aceasta numai în cazul în care pila nu este într-un circuit închis.

Dacă pila debitează energie electrică pe un resistor exterior, atunci t.e.m. E_V scade cu o câțime ΔE , astfel că în regim de funcționare, t.e.m. de lucru a pilei este: $E = E_V - \Delta E$. Această scădere ΔE a t.e.m. în „sarcină” se datorește unor fenomene electrochimice de polarizare (v. §4.5.4.), care modifică starea inițială.

În interiorul pilei Volta se produc următoarele reacții chimice :

- prin dizolvare, acidul sulfuric se disociază conform reacției :



Fig. 4.38

- în regim electrocinetic, ionii negativi SO_4^{2-} trec spre electrodul de zinc (fig.4.39), se neutralizează, reacționează cu zincul și formează sulfatul de zinc (ZnSO_4), care rămâne în soluție (electrodul de zinc fiind astfel erodat-consumat);

- ionii pozitivi de hidrogen trec spre electrodul de cupru, se neutralizează și se degajă sub formă de bule gazoase în jurul acestui electrod.

Prin aceste reacții se modifică natura electrozilor în zona de contact cu electrolitul și ca urmare apare efectul de polarizare electrochimică (v. §4.5.4). Astfel, electrodul pozitiv al pilei nu mai este din cupru, ci din hidrogen (al cărui potențial de electrod tinde spre zero) ceea ce explică faptul că t.e.m. a pilei Volta ajunge la valoarea $E=0,85\ldots 0,9$ V. Depunerea hidro-genului pe electrodul de cupru mai are ca rezultat creșterea rezistenței interne a pilei. Din aceste motive, pila Volta nu este utilizată în practică, ea prezentând doar un interes didactic.

Pentru a înlătura polarizarea electrochimică se utilizează diverse substanțe oxidante (numite depolarizanti) plasate în vecinătatea electrodului pozitiv, care reacționează cu hidrogenul (dând apă) și anulând depunerea lui pe catod (electrodul pozitiv al pilei).

Astăzi, în afara multitudinii comerciale și tehnologice de pile electrice, mai este încă utilizată așa-numita *pilă Leclanche*, care are o formă cilindrică de diverse dimensiuni (de 4...5 cm lungime și cu diametrul de 1..3 cm), în funcție de capacitatea cerută, având carcasa din tablă de zinc (cilindrică), ce reprezintă electrodul negativ, și în centrul ei o bară cilindrică (cu diametrul de 2...4 mm) din cărbune de retortă, ce reprezintă electrodul pozitiv. Electrolitul, dintre electrodul-carcasă (de zinc) și electrodul central (bară de cărbune), este un *electrolit uscat* format dintr-o pastă de amidon îmbibat cu clorură de amoniu (NH_4Cl) care, în jurul catodului (bara centrală de cărbune) are un strat depolarizant format din bioxid de mangan (MnO_2). O astfel de pilă produce o t.e.m. de 1,5V (relativ constantă pe durata sa de viață, dacă utilizarea se face la curenți mici de ordinul câtorva mA) și o rezistență internă destul de mică, de 0,3 Ω .

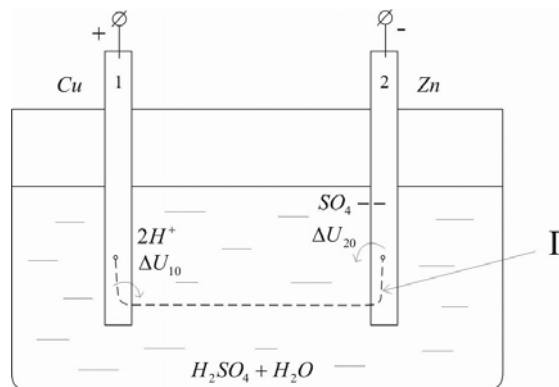


Fig. 4.39

Aplicația 4.13. Acumulatori electrice, ca elemente electrochimice reversibile (elemente galvanice secundare), realizează atât transformarea energiei chimice (a reacțiilor chimice din element) în energie electrică „debitată” la borne (caz în care ele sunt surse electrochimice), cât și transformarea inversă a energiei electrice (furnizată de o altă sursă electrică de c.c. cu t.e.m. mai mare decât t.e.m. a acumulatorului „descărcat”) în energia necesară refacerii (regenerării) substanțelor chimice active de pe electrozi.

Prin urmare, în utilizările practice, acumulatorii electrice au două regimuri de lucru diferite, care se succed alternativ: *regimul de încărcare* și *regimul de descărcare*. În perioada de încărcare acumulatorul este conectat la o sursă de curent continuu (de exemplu un redresor) – borna + a acumulatorului la borna + a redresorului și bornele – împreună – care, dezvoltând o t.e.m. mai mare decât tensiunea la bornele acumulatorului, determină un curent prin electrolit de la electrodul + la cel – (adică ionii pozitivi circulă prin electrolit de la electrodul plus la electrodul minus). În acest fel, acumulatorul este alimentat de la sursa de încărcare (de la redresor) cu energie electrică ce se transformă (se „acumulează”) în acumulator sub formă de energie chimică, datorită reacțiilor chimice de regenerare (sau, la prima încărcare, de „formare”) a substanțelor active de pe electrozi. În perioada de descărcare, acumulatorul este utilizat ca generator de energie electrică, pe care o debitează receptoarelor conectate la bornele acumulatorului. În timpul acesta, al descărcării, având în vedere sensul de deplasare al ionilor pozitivi, curentul în acumulator (în electrolit) are sensul de la electrodul negativ către cel pozitiv, adică invers decât la încărcare; de

aceea au loc reacții chimice inverse celor de la încărcare, în urma cărora energia proceselor chimice se transformă în energie electrică, pe care acumulatorul o debitează receptoarelor din circuit.

Cu toată varietatea mare de acumuloare electrice comercializate în prezent, există totuși două categorii mari de tipuri de acumuloare: acumuloare cu plumb (acide) și acumuloare alcaline.

Acumulatorul cu plumb este format dintr-un vas (de sticlă la acumuloarele netransportabile, din ebonită sau-cel mai adesea-din material plastic) vas denumit *bac*, în care se găsește o soluție de acid sulfuric cu concentrația de 20...30% ce constituie electrolitul. Electrozii sunt executați sub forma unui grătar de plumb, în ale cărui alveole (lăcașuri dreptunghiulare) este depusa substanța activă:

- la un *acumulator încărcat*, substanța activă de la electrodul pozitiv este peroxidul de plumb (PbO_2), iar de la electrodul negativ plumbul spongios (Pb);

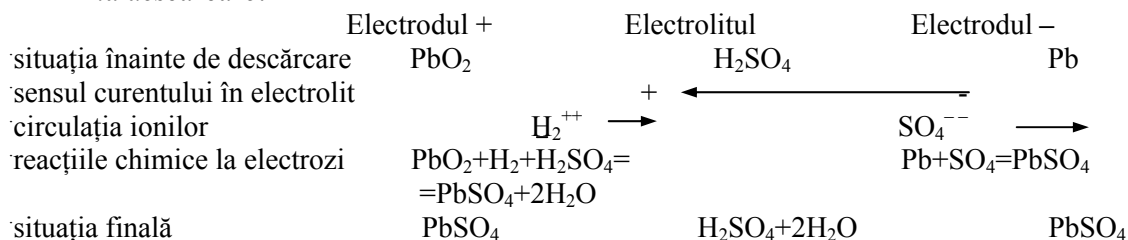
- la un acumulator încă nepus în funcțiune (adică „neformat”) imediat după construcția sa, substanța ce acoperă ambii electrozi este o pastă din oxid de plumb (de exemplu, miniu de plumb Pb_3O_4 și litargă PbO).

În general, un element al unui acumulator cu plumb este format din mai multe plăci negative și pozitive, alcătuind ceea ce se cheamă o *baterie de acumulator* (adică mai multe elemente galvanice + , – legate în serie) și aceasta pentru a realiza într-un vas de dimensiuni mici, electrozi cu suprafață cât mai mare (deci o capacitate mare) și o t.e.m. mai mare decât a unui singur element (de exemplu, de 6V, de 12 V sau și de 24V). Plăcile sunt așezate în așa fel încât o placă + să fie înconjurată de două plăci negative, plăcile de la margine fiind totdeauna negative; plăcile de același fel se leagă între ele cu bare din aliaj de plumb cu antimoniu, denumite punți pentru gruparea plăcilor. Majoritatea acumuloarelor destinate autovehiculelor au plăcile grupate în perechi + , – (care reprezintă un *element al acumulatorului*) și separate între ele prin pereți din plastic, acumulatorul fiind astfel o baterie cu mai multe elemente (3,6,12 etc.) legate în serie și funcționând oarecum independent. Pe capacul transformatorului se scot numai cele două borne ale bateriei (+ și –) sub forma a doi mici cilindri din plumb, la care legătura se face prin cleme, clești, brățări etc. Pentru a avea o rezistență internă cât mai mică, plăcile se montează foarte aproape una de alta (evident, paralel), distanța dintre ele fiind menținută prin separatoare din material plastic.

În prezent, după fabricare și montare, în fabrică se face și „formarea acumulatorului”, care este o formare uscată și rapidă (de cca 10min) prin alimentare, în regim de încărcare, de la o sursă de c.c (un redresor). Imediat se introduce și electrolitul (soluția de acid sulfuric) la concentrația maximă și se livrează în stare de imediată utilizare.

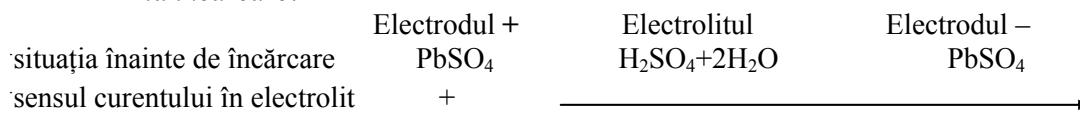
Reacțiile chimice care au loc în acumulatorul electric cu plumb, în timpul funcționării sunt:

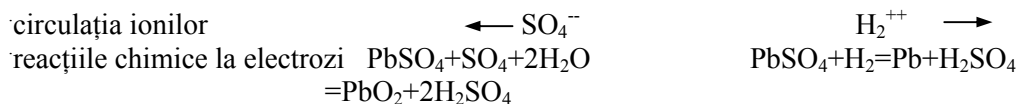
- *la descărcare:*



ceea ce înseamnă ca cei doi electrozi capătă o structură uniformă (ambii electrozi, + și –, trec în sulfat de plumb PbSO_4 , adică încep să se sulfatizeze) iar concentrația acidului descrește din cauza apei ce se formează la electrodul pozitiv;

- *la încărcare:*

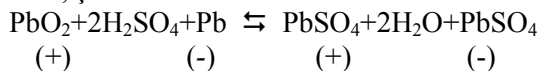




starea finală PbO_2 $\text{H}_2\text{SO}_4 + 2\text{H}_2\text{SO}_4$ Pb

ceea ce înseamnă că prin încărcare acumulatorul se regenerează, adică se restabilește situația inițială la electrozi, iar electrolitul este tot o soluție de acid sulfuric însă cu concentrație scăzută.

Din cele anterioare rezultă că reacțiile chimice pot fi reprezentate printr-o singură ecuație reversibilă, și anume :



Principalele caracteristici tehnice ale acumuloarelor cu plumb sunt următoarele :

- *tensiunea electromotoare* a acumulatorului încărcat este de 1,9...2,3 V pe element (o pereche de plăci PbO_2 -Pb). Valoarea t.e.m. depinde în principal de concentrația electrolitului, dar ea este influențată și de temperatură. Astfel, în tabelul 4.4 este indicată variația t.e.m. în funcție de greutatea specifică a soluției acide de H_2SO_4 (deci de concentrație), la temperatura de 25°C, iar în tabelul 4.5 este arătată variația t.e.m.. în funcție de temperatura electrolitului, considerat cu greutatea specifică de 1,28 kg/dm³;

Tabelul 4.4

Variația t.e.m. a acumuloarelor cu plumb în funcție de concentrația electrolitului

Greutatea specifică a soluției de H_2SO_4 [kg/dm ³]	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,4
Tensiunea electromotoare pentru un element [V]	1,906	1,965	2,01	2,051	2,094	2,142	2,233

Tabelul 4.5

Variația t.e.m. a acumuloarelor cu plumb în funcție de temperatură

Temperatura electrolitului [°C]	-70	-60	-50	-40	-30	-20	-10	0	10	20
T.e.m. pentru un element [V]	2,081	2,087	2,092	2,095	2,1	2,103	2,107	2,111	2,113	2,116

-*rezistența internă* a acumulatorului cu plumb depinde de dimensiunile acumulatorului (suprafața electrozilor și distanța dintre ei), precum și de concentrația electrolitului. Rezistența cea mai mică se obține atunci când electrolitul are greutatea specifică de 1,2 kg/dm³ (de aceea, această densitate este utilizată în practică). În general, rezistența internă a acumuloarelor cu plumb este de 0,01...0,001 Ω. Ea scade cu temperatura, având deci coeficientul de temperatură negativ ($\alpha = -0,014 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ la $0,018 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$). În timpul descărcării, rezistența internă a acumuloarelor cu plumb crește deoarece –după cum s-a arătat – în acest regim de lucru electrolitul se diluează;

- *tensiunea la borne (U)* este dată de relațiile :

la încărcare : $U_i = E + r I_i + E_p$,

la descărcare : $U_d = E - r I_d - E_p$,

în care: E este t.e.m. a acumulatorului, r – rezistența lui internă, I_i și I_d – intensitatea curenților la încărcare (i) și descărcare (d), U_i și U_d – tensiunile la borne la încărcare (i) și descărcare (d), iar E_p este tensiunea datorită polarizării electrolitice a electrozilor (v. §4.5.4). După cum se vede, tensiunea la bornele unui acumulator variază în timp datorită modificării concentrației electrolitului (care duce la variația lui E și r) precum și datorită polarizării electrolitice a electrozilor prin sulfatarea plăcilor (care are efectul cel mai important, prin E_p). Practic, variația în timp a tensiunii la bornele acumulatorului se indică prin caracteristica $U=f(t)$ la $I = \text{const.}$, care arată așa ca în figura 4.40, în care s-a mai redat (cu linie întreruptă) cum variază în timpul t și greutatea specifică ρ_{el} a electrolitului;

- *curentul normal de lucru* este determinat de dimensiunile acumulatorului (în special de suprafața activă a electrozilor). Intensitatea lui este indicată de constructor în fișa tehnică sau prospectul acumulatorului, atât pentru descărcare (I_d) cât și pentru încărcare (I_i). Dacă Q este capacitatea acumulatorului (v. aliniatul ce urmează), practic se recomandă ca $I_i \leq Q/4$ și $I_d \leq Q/8$;

- *capacitatea acumulatorului (Q)* reprezintă sarcina electrică pe care o poate elibera (debita) acumulatorul prin descărcarea lui până la limita admisă practic (aceasta fiind cea pentru care t.e.m. nu scade sub valoarea de 1,8 V/element). S-a intrat în uzanța ca această capacitate să fie exprimată în amper-ora [Ah];

- *randamentul acumulatorului* se exprimă în două feluri :

• energetic, prin raportul $\eta_w = W_d / W_i$ dintre energia electrică debitată de acumulator la descărcare ($W_d = \int_0^{t_d} U_d I_d dt$) și energia absorbită de acumulator la încărcare ($W_i = \int_0^{t_i} U_i I_i dt$),

• al sarcinii electrice, prin raportul $\eta_Q = Q_d / Q_i$.

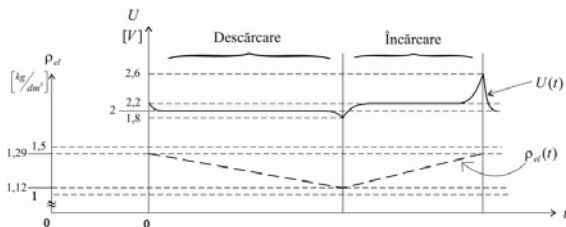


Fig. 4.40

La acumuloarele cu plumb $\eta_w = 0,7 \dots 0,85$, iar $\eta_Q = 0,85 \dots 0,92$. Aceste valori, relativ mici, ale acumuloarelor se datoresc reacțiilor chimice secundare, pierderilor calorice în rezistența internă și autodescărcării;

- *tipul constructiv*, în prezent foarte divers, se poate reduce totuși la două situații (de adaptare la condițiile de utilizare și durabilității): acumuloare de dimensiuni mici și durabilitate

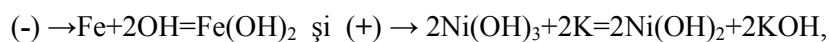
redușă, cum sunt cele pentru autovehicule (cu o masă de $5 \div 10$ kg la un volum de $6 \dots 32$ dm³) și acumuloare de dimensiuni mari și durabile pentru instalațiile staționare (cazuri din ce în ce mai rare, întâlnite totuși frecvent în stațiile de distribuție a energiei electrice din sistemul electroenergetic național).

Acumuloarele cu plumb necesită o exploatare atentă, cu urmărirea periodică a t.e.m., a concentrației electrolitului (prin măsurarea ei cu densimetre sau urmărirea indicației prin culoare a unor senzori de stare, cromatici, pe care -în ultima vreme- le au încorporate constructiv noile tipuri de acumuloare cu plumb), a nivelului electrolitului în celulele bateriei de acumuloare, a rezistenței interne, prin evitarea șocurilor mari, a temperaturilor joase (mai mici decât -50°C), prin evitarea pauzelor mari de neutilizare etc.

Acumuloarele alcaline, în prezent foarte mult utilizate datorită răspândirii mari pe care o au telefoanele mobile la purtător și calculatoarele portabile de tip PC („laptop”-urile) și faptului că acest tip de acumuloare au avantajele: sunt foarte ușoare (în comparație cu cele din plumb), nu sunt sensibile la șocurile mecanice și electrice (de pildă la scurtcircuite accidentale, de scurtă durată), nu emană gaze sau săruri, putând fi închise ermetic (sunt „curate”), au o durată lungă de viață, sunt mult mai ușor de întreținut, pot fi descărcate până la zero (t.e.m. $E \approx 0$ V), pot fi menținute oricât de mult descărcate și neutilizate etc.

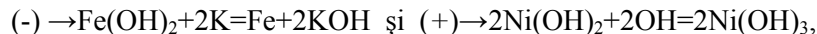
Primele acumuloare alcaline fabricate (și încă utilizate) au fost cele denumite *acumuloare cu feronichel*, care au electrodul pozitiv format din hidroxid de nichel: $\text{Ni}(\text{OH})_3$, iar cel negativ din fier: Fe (de fapt, ambii electrozi sunt executați sub forma de grătare de fier nichelat, în ale căror alveole este presată masa activă, electrolitul fiind hidroxidul de potasiu, alcalin: KOH, care se disociază în $\text{KOH} \rightleftharpoons \text{K}^+ + (\text{OH})^-$).

În timpul descărcării au loc reacții chimice :



ceea ce înseamnă că fierul electrodului (-) se transformă în hidroxid de fier, iar hidroxidul nichelic $2\text{Ni}(\text{OH})_3$ de la electrodul (+) în hidroxid nichelos $2\text{Ni}(\text{OH})_2$, concentrația electrolitului rămânând neschimbată.

În timpul încărcării au loc reacții chimice inverse celor de la descărcare și anume:



ceea ce înseamnă că fierul și hidroxidul nichelic (inițiale) se refac (se regenerează).

Este necesară o cantitate mică de electrolit, ce rămâne cu concentrația constantă (cca $1,2 \text{ kg/dm}^3$). Mai recent, în electrolit se mai adaugă un mic procent de hidrat de litiu: LiOH (cca 50 g/dm^3). Acumulatorul cu feronichel produce o t.e.m. de $1,2 \dots 1,45 \text{ V}$ și are o rezistență internă de $0,003 \dots 0,008 \Omega$. Randamentul lor este mult mai mic decât al acumuletoarelor cu plumb, fiind de $0,52$ la $0,55$ (însă la capacitățile mici pe care le au aceste acumuletoare, pierderile nu sunt semnificative).

În prezent, bateriile alcaline comercializate într-o gamă largă de sortimente, sunt complet capsulate, substanța activă fiind de cele mai multe ori o hidrură metalică de nichel, sau nichel-cadmiu etc.

Aplicația 4.14. Alegerea acumuletoarelor electrice nu mai este -în prezent- o opțiune a utilizatorului, fiind -în general- o indicație (cerință) a fabricantului aparaturii sau instalației ce trebuie alimentată de la acumuletoarele electrice.

Totuși, pot fi formulate câteva criterii cu aspect general pentru alegerea acumuletoarelor electrice necesare alimentării unor circuite de curent continuu proiectate de utilizatorul însuși.

Astfel, acumuletoarele cu plumb se vor alege în următoarele cazuri:

- instalații staționare importante, cum sunt cele ale stațiilor electrice de distribuție, dispecerate de monitorizare și comandă –control din variate domenii (distribuția energiei electrice, a gazelor naturale, a petrolului, a apei, a situației mediului, etc), deoarece costul este considerabil mai mic (raportat la capacitatea acumuletoarelor), iar întreținerea –mai laborioasă– poate fi asigurată de personalul ce exploatează astfel de instalații (care are profil electric și de „AMC”), mai ales că în aceste cazuri condițiile de funcționare sunt stabile și nu necesită robustețea excepțională a acumulatorului alcalin;

- pornirea, cu acumuletoare, a motoarelor termice, deoarece -în acest caz- acumulatorul trebuie să fie apt pentru a furniza în timp scurt (de ordinul zecilor de secunde sau chiar câteva minute) curenți de mare intensitate (zeci de amperi, poate și sute de amperi), ceea ce se poate realiza ușor de către acumuletoarele cu plumb (datorită rezistenței lor interne foarte mici, de ordinul miliohmilor). Totuși, în prezent, se fabrică acumuletoare alcaline de construcție specială (cu plăci sinterizate) care pot debita curenți comparabili cu cei debitați de acumuletoarele cu plumb de aceeași capacitate, însă costul lor este foarte mare.

Acumuletoarele alcaline se vor alege în următoarele cazuri:

- iluminatul vagoanelor de cale ferată, care cere robustețe mare și insensibilitate la zdruncinări, cu suportarea unor perioade lungi de suprasolicitare (suprasarcină de current);

- alimentarea aparatelor portabile de telecomunicații, lămpilor electrice de iluminat la purtător în minerit etc., datorită mai ales siguranței de funcționare și greutate mici.

Întrebuințările în care cele două tipuri de acumulatori dau, principal, rezultate egale, alegerea tipului de acumulator fiind subiectivă, sunt:

- tracțiunea electrică cu acumulatori (electrocare, locomotive electrice de manevră sau minere, automobile electrice etc.);
- acumulatori de laborator;
- acumulatori pentru scopuri speciale (aviație, semnalizare, lămpi portabile etc).

4.6.4. Dispozitive fotoelectrice

Fenomenul fotoelectric (v. § 4.3.2., subparagraful “Câmpuri imprimate fotovoltice”) are numeroase aplicații, atât în tehnica curenților slabi (ca: traductoare în sistemele automate, dispozitive optoelectronice, relee electronice, sisteme de afișaj luminos etc.), cât și în domeniul curenților tari (în electroenergetică, prin bateriile solare, în sistemele de iluminat public – v. cap. 10, în unele acționări electrice etc.).

Ca urmare, în prezent există un număr foarte mare de dispozitive fotoelectrice, a căror funcționare se bazează pe existența radiației electromagnetice în domeniul optic, atât ca factor perturbator, cât și ca rezultat al regimului electric. Astfel, în dispozitivele fotoelectrice transformarea energiei radiației electromagnetice (a „luminii”) în energie electrică și invers se face în mod direct, fără intermediul altor forme de energie.

Fenomenele fizice fundamentale care stau la baza funcționării dispozitivelor fotoelectrice sunt absorbția radiației electromagnetice în corpul solid și recombinarea radiativă a purtătorilor de sarcină electrică în semiconductori. De aceea, oricât de numeroase sunt, dispozitivele fotoelectrice se clasifică în patru categorii:

- *dispozitive cu efect fotoelectric extern* (tipice pentru această categorie fiind celula fotoelectrică și fotomultiplicatorul electronic);
- *dispozitive cu efect fotoelectric intern*, în care se produc *câmpuri imprimate fotovoltice* (v. § 4.3.2.), tipice fiind: fotoelementul (v. Aplicația 4.16), fotodioda, fototranzistorul, fototiristorul și fotorezistorul;
- *dispozitive cu recombinarea radiativă a purtătorilor mobili de sarcină electrică* (din această categorie fac parte: celula electroluminiscentă, dioda electroluminiscentă, ecranul luminiscent și laserul);
- *dispozitive bazate pe difuzia luminii* (așa cum sunt atât de răspânditele celule –sau diode– cu cristal lichid).

Aplicația 4.15. Traductorul fotovoltaic cu strat de baraj este –în esență– o sursă electrică (un traductor generator) a cărei funcționare se bazează pe producerea câmpului electric imprimat fotovoltaic (v. § 4.3.2.) ca efect fotoelectric intern într-un strat de baraj la suprafața de separație

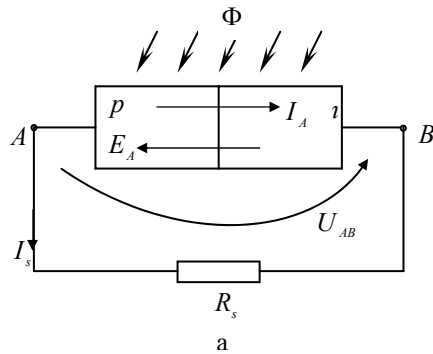


Fig. 4.43

între un semiconductor și un metal. Ca exemplu, în figura 4.41 este prezentată o celulă fotoelectrică cu seleniu (ca strat semiconductor de baraj), sub forma unei scheme electrice echivalente simplificată.

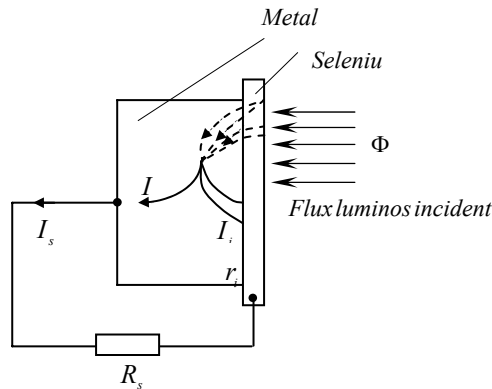
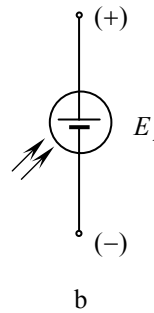


Fig. 4.41

$$I = I_s + I_i = k\Phi \quad \text{și} \quad I_i / I_s = R_s / R_i,$$

k fiind sensibilitatea integrală a celei fotoelectrice, adică panta caracteristicilor de sensibilitate ai celei fotoelectrice cu seleniu reprezentată în figura 4.42 (pentru diferite rezistențe de sarcină R_s).

Rezistența inversă r_i a celei fotoelectrice scade aproximativ logaritmice odată cu creșterea fluxului de lumină incident (la seleniu, în limitele 1 ... 50 kΩ)

Aplicația 4.16. Fotoelementul (utilizat ca dispozitiv optoelectronic) realizează conversia directă a energiei luminoase în energie electrică, prin apariția la borne a unei tensiuni electromotoare E_A (determinată de integrala curbilinie, prin interiorul fotoelementului, a câmpului imprimat fotovoltaic).

Constructiv, fotoelementul este format dintr-o joncțiune pn (care –pentru utilizarea ca baterie solară– are o suprafață de expunere la lumină, adică o suprafață de iluminare utilă, a cărei mărime este proporțională cu puterea nominală cerută).

Circuitul de lucru al fotoelementului (care simbolic se reprezintă așa ca în figura 4.43 a) este o buclă ce conține joncțiunea pn, terminalele A, B și rezistorul de sarcină R_s (fig. 4.43 b).

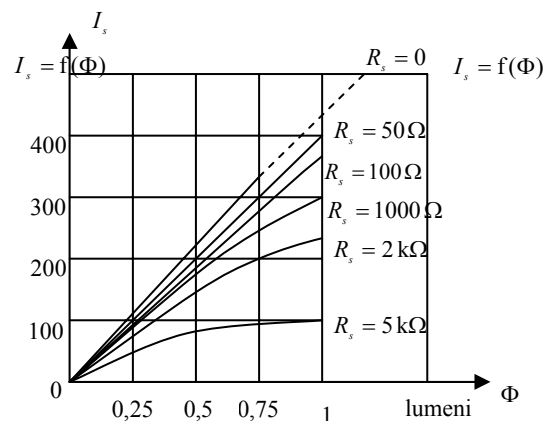


Fig. 4.42

Apariția, în această buclă, a unei t.e.m. E_A , când joncțiunea este iluminată ($\Phi > 0$) și sarcina R_s este deconectată (adică la $I_A = 0$) face ca $U_{AB} = E_A$; în prezența sarcinii R_s , joncțiunea debitează un curent al purtătorilor negativi $I_A = -I_s$ (conform convenției de asociere a sensurilor de referință după regula de la generator – v. subcap. 8.2.), respectându-se relațiile:

$$U_{AB} = E_A - R_s I_s, \quad I_s = -I_A,$$

$$E_A = U_{AB}|_{I_A=0} = \frac{mkT}{q} \ln \left(1 + \frac{I_s}{I_0} \right),$$

în care: $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ [JK⁻¹] este constanta lui Boltzmann, T – temperatura în [K], $m = 1...2$ – un coeficient care depinde de materialele joncțiunii, q – sarcina electrică, în [C], a unui purtător de sarcină (de exemplu sarcina electronului, $q = 1,60207 \cdot 10^{-9}$ C) și I_0 este curentul electric în condiții de „întuneric” (adică la flux luminos $\Phi = 0$).